

ESTUDIO DE VIBRACIONES PARAMÉTRICAS Y NO LINEALES EN TRANSDUCTORES ULTRASÓNICOS DE POTENCIA

D. Chacón y E. Riera.

Instituto de Acústica, CSIC, Serrano 144, 28006 Madrid, España dchacon@ia.cetef.csic.es

RESUMEN: En general, los dispositivos ultrasónicos de potencia presentan no linealidades cuando son excitados con señales de elevada amplitud. En este caso pueden ser excitados los modos situados por debajo de la frecuencia del modo de trabajo del transductor, participando en la respuesta y provocando un incorrecto funcionamiento del sistema. Este comportamiento es típico de los sistemas paramétricos, en los que dos o más modos pueden manifestarse bajo una excitación cuya frecuencia resulta ser combinación lineal de las frecuencias correspondientes a los modos excitados. Otro tipo de no linealidades que también presentan este tipo de transductores son saltos en la amplitud de respuesta, cambios en la frecuencia de resonancia y fenómenos de histéresis.

En este trabajo se presenta una revisión del estado del arte de estos fenómenos en transductores ultrasónicos de potencia, con objeto de extender el análisis al caso de los transductores macrosónicos del tipo placa vibrante.

ABSTRACT: High-power ultrasonic devices usually present nonlinearities when they are driven with high voltage levels. Modes which are below the working frequency can be also excited, taking part in the system response and leading the system into a non-correct operation. This behaviour is similar to the parametric systems, where two or more modes of vibration can be excited if the frequency of the driving signal is a linear combination of the frequency of the excited modes. Another kind of nonlinearities that high-power ultrasonic transducers show are: amplitude and frequency jumps and hysteresis phenomenon.

This paper reviews the state of art of these phenomena in high-power ultrasonic devices, with the goal of extending this analysis to stepped plate ultrasonic transducers.

1.-INTRODUCCIÓN

El empleo de los ultrasonidos de elevada intensidad en medios fluidos representa un campo muy prometedor de aplicaciones en procesos industriales que está siendo actualmente investigado. Los transductores se basan en radiadores del tipo placa radiante escalonada o biescalonada flexionalmente vibrante y poseen elevado rendimiento electro-acústico y alta capacidad de potencia. El diseño de los radiadores permite la generación de campos acústicos intensos de diferente configuración (radiación coherente o focalizada) [1]. Estos transductores consisten básicamente en un sandwich piezoeléctrico resonante en su primer modo longitudinal ($\lambda/2$), conectado a un amplificador mecánico. Al conjunto se le acopla una placa radiante rectangular biescalonada diseñada para vibrar en un modo alto, como por ejemplo de 14 líneas nodales paralelas al ancho de la placa, con una frecuencia aproximada de 21 kHz.

Si el transductor es excitado con bajos niveles de potencia, el sistema se comporta de forma lineal, tal y como predicen las simulaciones por elementos finitos que se emplean en su diseño. Sin embargo cuando la amplitud de la señal de excitación rebasa cierto nivel umbral aparecen fenómenos no lineales tales como: la disminución de la frecuencia de resonancia con el nivel de excitación, la aparición de ruidos provocados por la excitación de modos de baja frecuencia, los calentamientos localizados en la unión placa-vibrador, la aparición de grietas

en el material de la placa radiante por efecto de la fatiga ultrasónica, etc. Estos fenómenos tienen un claro efecto negativo sobre el sistema ya que limitan la máxima capacidad de potencia del transductor. Parece claro entonces que los problemas que presentan este tipo de transductores se derivan de los altos niveles de excitación a los que están sometidos y que son debidos en parte a la fuerte no linealidad que presentan las cerámicas piezoeléctricas cuando trabajan con potencia [2].

En este trabajo se realiza un estudio del estado del arte de la teoría relacionada con los problemas que aquí se plantean, junto con posibles soluciones y los dispositivos experimentales utilizados.

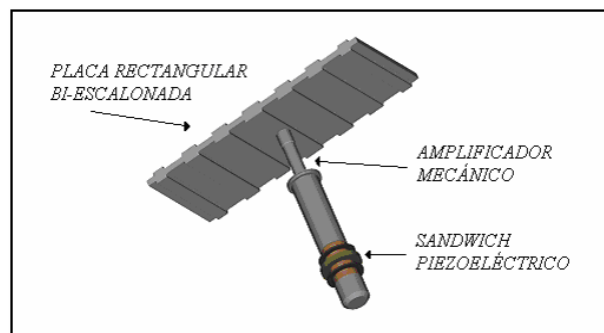


Figura 1.-Detalle de un transductor tipo placa radiante rectangular.

2.-NO LINEALIDADES EN TRANSDUCTORES CERÁMICOS TIPO SANDWICH

Guyomar [3] estudió el comportamiento de un transductor sandwich simétrico al ser excitado con señales eléctricas de elevada amplitud. En su trabajo muestra que a frecuencias próximas a la de resonancia los transductores exhiben fuertes no linealidades incluso cuando se aplican bajos niveles de señal. Estas no linealidades se reflejan en saltos de la frecuencia del modo natural y en fenómenos de histéresis. El dispositivo experimental empleado para evaluar estos fenómenos consiste en un generador de señal conectado a un amplificador que excita al transductor. La corriente que pasa a través del sistema y la amplitud de los desplazamientos se miden con un analizador de espectros y un vibrómetro láser, respectivamente. Las medidas experimentales se llevaron a cabo sobre un vibrador compuesto por 4 anillos cerámicos de potencia Q&S del tipo P189, una masa y una contramasa metálicas de geometría cilíndrica y simétricas, estando el conjunto pretensionado por un tornillo de acero.

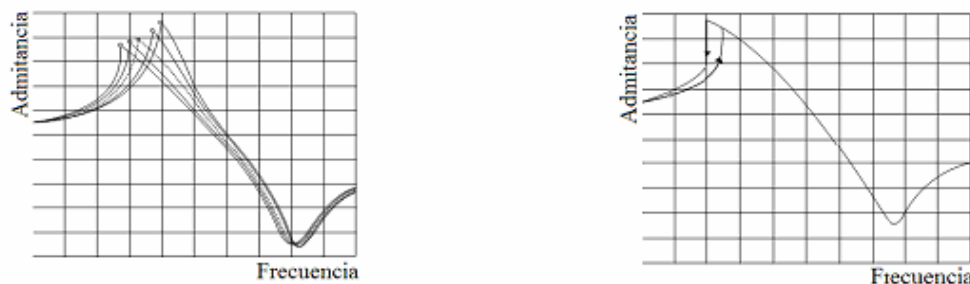


Figura 2.-Curvas para diferentes amplitudes de excitación en las que aparece la variación de la frecuencia con el nivel de excitación (izqda.) y el fenómeno de histéresis (dcha.).

En los experimentos realizados se muestra como disminuye la frecuencia de resonancia según aumenta la amplitud de la señal aplicada y como la curva de admitancia se va tornando asimétrica apareciendo el fenómeno de histéresis (Figura 2). Las curvas de corriente y desplazamiento en la contramasa aparecen en la Figura 3. La deformación de las curvas nos

indica claramente que el transductor no se comporta linealmente al ser excitado con un nivel de 140 Vpp.

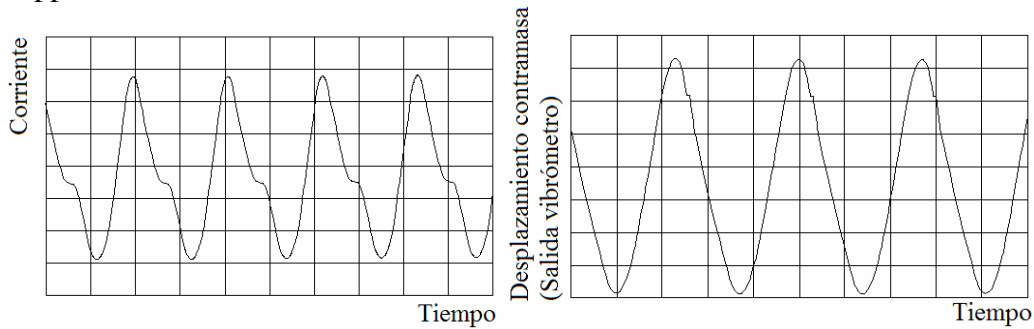


Figura 3. Curvas de la corriente (izqda.) y desplazamiento en la contramasa (dcha.), correspondientes a un nivel de excitación de 140 Vpp.

Guyomar propuso una interpretación teórica de estos resultados experimentales haciendo un desarrollo en serie de las ecuaciones piezoeléctricas hasta segundo orden e introduciendo una componente de fricción en las mismas. La solución de las ecuaciones depende de varios parámetros que acompañan a los términos no lineales y que son desconocidos. Una de las múltiples curvas solución que se pueden obtener variando alguno de estos parámetros se muestra en la Figura 4.

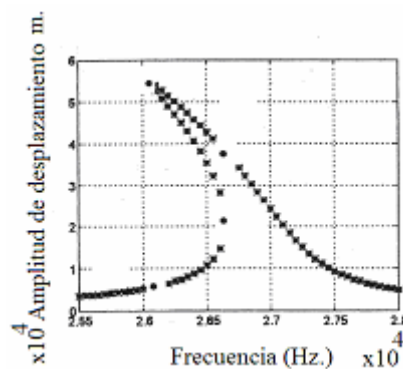


Figura 4. Curva teórica de respuesta del transductor en función de la frecuencia.

3.-VIBRACIONES NO LINEALES Y PARAMÉTRICAS EN SISTEMAS ULTRASÓNICOS COMPUESTOS.

Lucas [4] ha llevado a cabo una intensa labor investigadora en el estudio de vibraciones en sistemas ultrasónicos compuestos. Los transductores utilizados consisten en un vibrador ultrasónico comercial resonante en su segundo modo longitudinal (λ), acoplado a un amplificador mecánico en cuyo extremo se coloca un útil de corte consistente en un conjunto de cuchillas. Los problemas que presentan estos sistemas de corte se deben a ruidos audibles producidos por la excitación de modos no deseados. Las vibraciones anómalas inducidas en las cuchillas hacen que estas se rompan ya que los modos que se excitan son de baja frecuencia y elevada amplitud [4]. El dispositivo experimental con el que Lucas ha llevado a cabo las medidas experimentales es parecido al de Guyomar. En efecto, el transductor se excita con un generador de señal conectado a un amplificador y la respuesta del sistema se mide con un vibrómetro láser 3D, capaz de medir los desplazamientos en la dirección de vibración y en un plano perpendicular a ella.

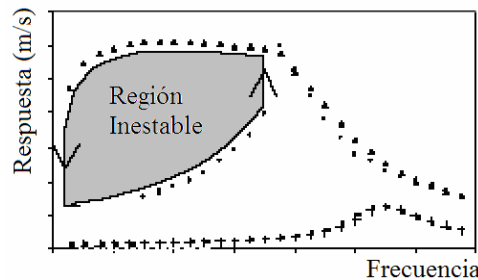


Figura 5. Respuesta del modo longitudinal del transductor a dos niveles de excitación.

3.1 Sistemas no lineales

La Figura 5 presenta la respuesta del modo longitudinal de trabajo a dos señales de excitación diferentes. Con baja señal la respuesta del sistema es completamente lineal. Al aumentar la amplitud de la excitación la curva por encima de la anterior indica que se ha producido una disminución de la frecuencia del modo principal y aparece el fenómeno de salto en la amplitud de respuesta. Este comportamiento anómalo es típico de los osciladores tipo Duffing [5]. Un oscilador Duffing, consiste en un oscilador forzado y amortiguado, con un término no lineal de orden cúbico. La ecuación que gobierna este tipo de oscilador se puede definir como sigue:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x \pm hx^3 = P_0 \cos \Omega t \quad (1)$$

donde ξ es la relación de amortiguamiento, ω_0 la frecuencia natural de vibración y P_0 y Ω son la amplitud y la frecuencia de excitación respectivamente. La constante h de no linealidad puede tomar valores positivos o negativos. El efecto del valor de h en la curva teórica de respuesta del oscilador aparece expresado en la Figura 6 (izqda.), mientras que la Figura 6 (dcha.) muestra la forma de las curvas de respuesta en frecuencia calculadas con diferentes niveles de excitación para el caso $h=3$. Dependiendo de la relación algebraica que existe entre la frecuencia de excitación Ω y las frecuencias naturales del oscilador ω_i , pueden excitarse modos de baja frecuencia, obteniendo así resonancias primarias ($\Omega \cong \omega_i$), superharmónicas ($\Omega \cong (1/3)\omega_i$), subharmónicas ($\Omega = 3\omega_i$), combinación de resonancias ($\Omega \cong \omega_1 + \omega_2$), etc.

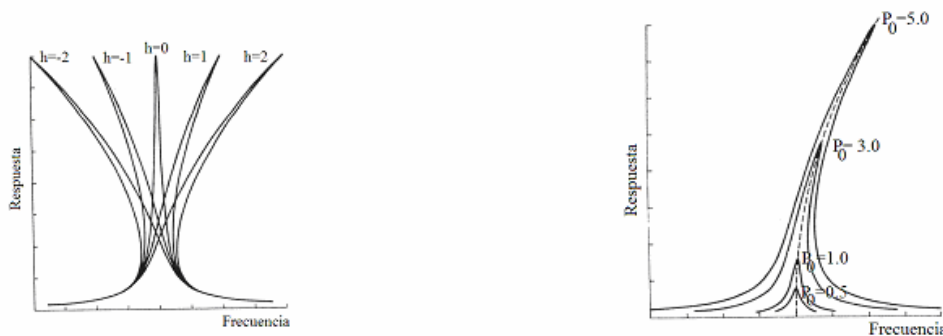


Figura 6. Efecto del valor del parámetro no lineal h en la curva teórica de respuesta del oscilador (izqda.) y curva de la respuesta en frecuencia para diferentes niveles de excitación (dcha.).

Una primera aproximación teórica al problema de reducir la no linealidad se realizó para dos osciladores tipo Duffing. En efecto, se puede demostrar que el comportamiento de un sistema formado por dos osciladores no lineales puede tornarse lineal si se eligen adecuadamente las constantes que acompañan a los parámetros no lineales de cada oscilador [6]. Lucas llevó esta

idea a la práctica con los cortadores ultrasónicos, ya que presentan una no linealidad cúbica con $h < 0$. Se probaron varias configuraciones que consistían en colocar un tornillo roscado en diferentes posiciones del transductor. Para ello supusieron que el tornillo presenta una característica no lineal del tipo $h > 0$, lo que unido al resto del sistema ayudaría a cancelar el efecto no lineal del conjunto. En la Figura 7 se muestra para tres disposiciones distintas del tornillo las curvas de respuesta para un mismo nivel de excitación. El efecto de colocar el tornillo ayuda claramente a reducir la no linealidad del conjunto.

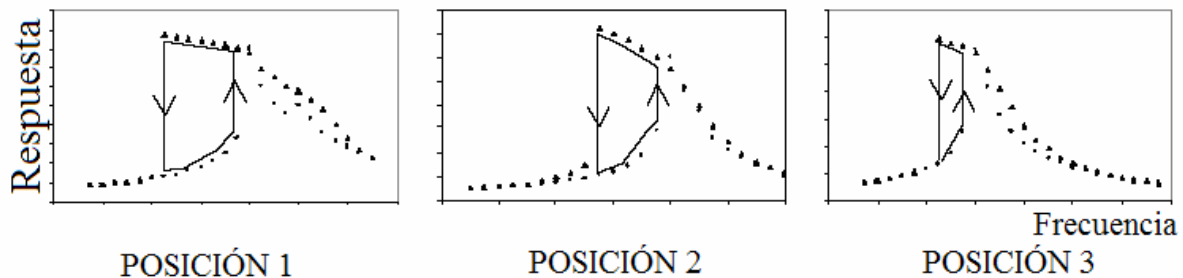


Figura 7.- Respuesta del transductor al acoplarle un tornillo roscado en diferentes posiciones

3.2 Vibraciones paramétricas

El tipo de interacciones modales que pueden aparecer en un sistema vibrante depende generalmente de la excitación aplicada y de la no linealidad del sistema. De hecho la excitación paramétrica de una estructura simple puede producir grandes respuestas en un plano perpendicular al de excitación, siempre y cuando exista una relación entre la frecuencia de excitación y la de los modos excitados. Por ejemplo, en los sistemas ultrasónicos de corte la energía puede pasar a excitar modos torsionales y flexionales a frecuencias por debajo de la de excitación. El término *paramétrico* describe los casos donde la excitación externa aparece como una variación temporal de alguno de los parámetros del sistema. No hay que confundir con los osciladores simplemente forzados, donde la respuesta frente a la frecuencia de excitación depende exclusivamente de que se cumpla la condición de resonancia, sin que haya una variación temporal de los parámetros. Como ejemplo se presenta la ecuación de Mathieu-Hill que describe un caso particular de oscilador paramétrico [5,7]:

$$\ddot{x} + \omega^2(1 - 2\mu \cos \Omega t)x = 0 \quad (2)$$

donde ω , μ y Ω se corresponden con la frecuencia natural, la amplitud y la frecuencia de excitación respectivamente.

Las interacciones modales en sistemas no lineales pueden aparecer cuando el sistema es excitado a una frecuencia en la vecindad de la frecuencia natural de vibración, en especial, si existe una relación entre dos o más frecuencias y la de excitación. Los mecanismos implicados en estas interacciones pueden describirse mediante los sistemas denominados autoparamétricos [7]. Un sistema autoparamétrico se define como aquel donde existe un acoplamiento interno entre al menos dos modos. En consecuencia el caso mas elemental de un sistema autoparamétrico es el formado por dos sistemas vibrantes. El primario que consiste en un oscilador forzado excitado por una fuerza externa, acoplado a otro oscilador, llamado secundario, que consiste en un oscilador paraméricamente excitado por la respuesta del primario. Un típico ejemplo de sistema autoparamétrico es aquel formado por dos pletinas acopladas se describe en la Figura 8. El sistema puede reducirse a una masa puntual que puede moverse con dos grados de libertad.

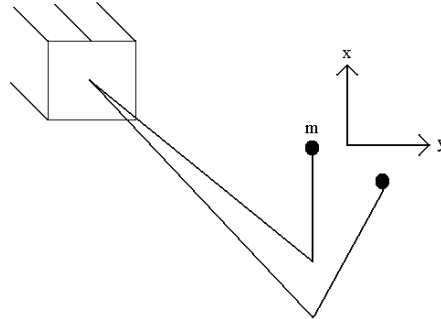


Figura 8.- Sistema compuesto por dos pletinas acopladas.

Las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de este sistema se describen como sigue:

$$\ddot{x} + 2\xi_1\omega_1\dot{x} + \omega_1^2x - \varepsilon\mu(\dot{y}^2 + y\ddot{y}) = P_0 \cos\Omega t \quad (3)$$

$$\ddot{y} + 2\xi_2\omega_2\dot{y} + \omega_2^2y - \varepsilon\ddot{x}y = 0 \quad (4)$$

donde ξ_1 y ξ_2 son las razones de amortiguamiento, ε y μ son constantes, ω_1 y ω_2 se corresponden con la frecuencia natural de vibración de cada pletina y P_0 y Ω son la amplitud y la frecuencia de la señal aplicada. Si observamos las dos ecuaciones vemos que la ec.(3) se corresponde en parte con un oscilador amortiguado forzado y la ec.(4) con un oscilador amortiguado. Los términos no lineales de acoplamiento de las dos ecuaciones son

$\varepsilon\mu(\dot{y}^2 + y\ddot{y})$ y $\varepsilon\ddot{x}y$. El término no lineal de la ec.(3) puede despreciarse con lo que se reduce a un oscilador forzado amortiguado (con un grado de libertad). La ec.(4) se corresponde con la típica ecuación paramétrica donde \ddot{x} actúa como coeficiente dependiente del tiempo de la coordenada y .

Se supone que el sistema primario es excitado a una frecuencia cercana a la de su resonancia ($\Omega \cong \omega_1$). Si la frecuencia de excitación es $\omega_1 \cong 2\omega_2$, (ω_2 es la frecuencia de un modo natural del secundario), entonces su respuesta será lo que se conoce como una *resonancia paramétrica principal*. En este caso puede haber un flujo de energía que resulta de las respuestas de ambos modos ω_1 y ω_2 .

Generalizando lo expuesto hasta ahora, un sistema autoparamétrico es aquel donde existe un acoplamiento entre dos o más modos a través de una combinación lineal de las frecuencias de los modos internos y la frecuencia de excitación. Estas relaciones se han detectado experimentalmente en sistemas ultrasónicos de corte, en donde aparece la resonancia paramétrica principal $\omega_1 \cong 2\omega_2$ y una combinación de resonancias de dos modos $\omega_1 \cong \omega_2 + \omega_3$.

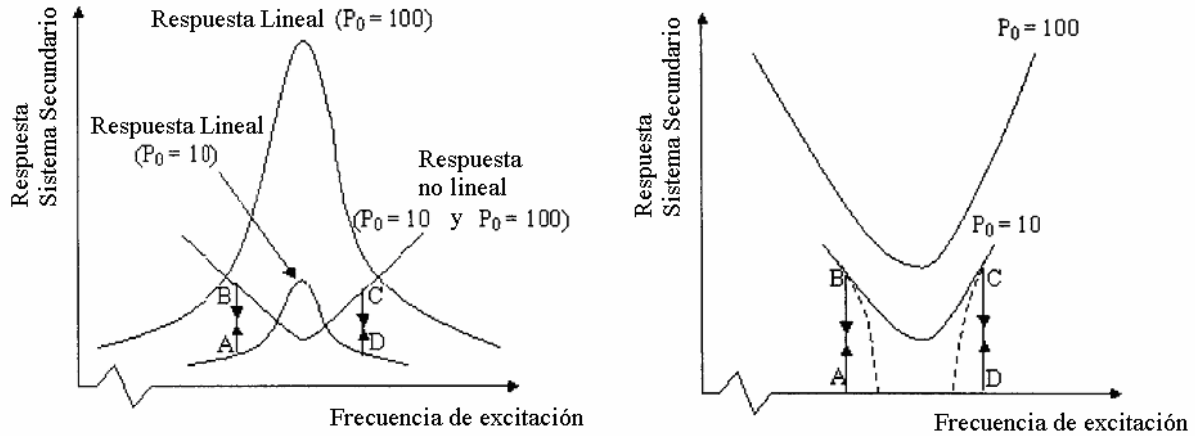


Figura 9. Respuesta del primario (izqda.) y secundario (dcha.) para dos niveles de excitación diferentes

La región de interacción modal que se muestra en la Figura 9 viene determinada por la zona ABCD. Fuera de esta región el término no lineal deja de prevalecer y la ec.(4) se comporta como un oscilador forzado amortiguado convencional. En la figura, la relación entre ω_2 y ω_1 es $\omega_2 / \omega_1 = 0.5$. La respuesta lineal, para el nivel de excitación elegido $P_0=10$, es reemplazado por una curva en forma de “V” donde aparece la interacción autoparamétrica no lineal. La respuesta del sistema secundario sigue la curva lineal en un barrido hacia delante de la frecuencia hasta que llega al punto A, donde la respuesta del sistema salta de A hacia B. A partir de este momento el sistema sigue la curva no lineal hasta llegar a C donde salta hacia D, momento en el cual el sistema continua con una respuesta lineal. Los saltos \overline{AB} y \overline{CD} son simétricos.

Cuando no hay una relación exacta entre ω_1 y ω_2 el sistema pierde la simetría como indica la Figura 10

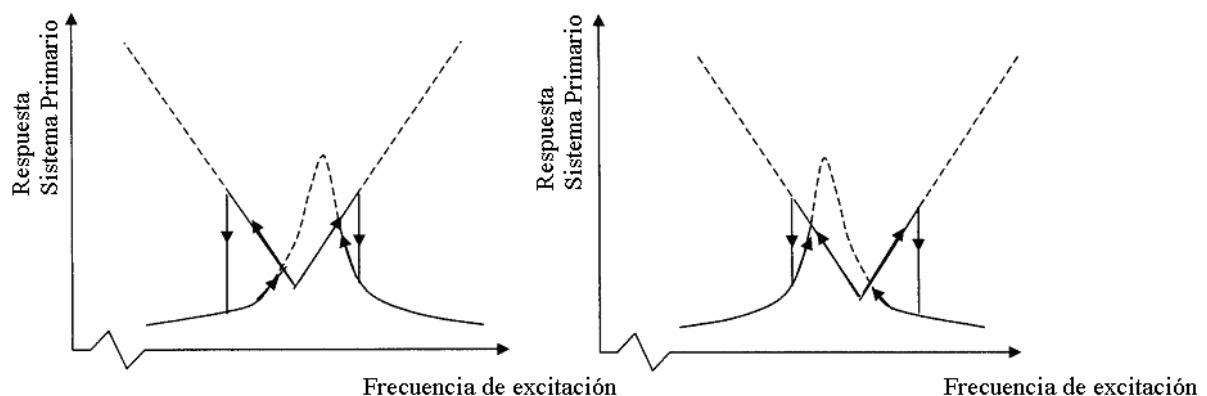
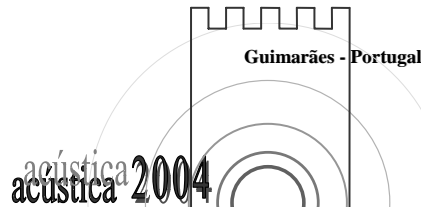


Figura 10.- Efecto de la asimetría en la relación entre los modos del sistema primario y secundario. Izquierda: $\omega_2 / \omega_1 = 0.48$. Derecha: $\omega_2 / \omega_1 = 0.52$.

Lucas ha observado estos fenómenos, caracterizando no linealmente sus transductores y ha planteado alguna solución para resolver estos problemas. Esta solución pasa por la reducción del número de modos del conjunto por debajo de la frecuencia de trabajo [8]. La reducción de



la cantidad de modos pasa por un rediseño de los amplificadores mecánicos y los útiles de corte.

4.-CONCLUSIONES

En este trabajo se han planteado algunos de los problemas que afectan al comportamiento de los transductores ultrasónicos de potencia cuando son excitados con elevados niveles de señal. Además se ha analizado la presencia de fenómenos no lineales en los transductores y se han presentado algunas posibles soluciones que se podrían extrapolar al caso particular de los transductores ultrasónicos de placa vibrante, con objeto de mejorar y estabilizar su comportamiento con vistas a su aplicación en procesos industriales.

RECONOCIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado con cargo al Proyecto de Investigación del Plan Nacional DPI 2002-3409.

REFERENCIAS

- [1] J.A. Gallego, G. Rodríguez, E Riera, F Vázquez, V.M. Acosta, C. Campos, *Development of industrial models of high-power stepped-plate sonic and ultrasonic transducers for use in fluids*, 2001 IEEE Ultrasonic Symposium, Volume1, pp 571-578.
- [2] R. Woollett, Ch. L. LeBlanc, *Ferroelectric nonlinearities in transducer ceramics*, IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, Vol. Su-20, N°1, 1973, pp 24-31.
- [3] D. Guyomar, N. Aurelle, C. Richard, P. Gonnard, L. Eyraud, *Nonlinear behaviour of an ultrasonic transducer*, Ultrasonics, 34 (1996), pp 187-191
- [4] A. Cardoni, M. Lucas, M.P. Cartmell, C.N. Lim, *Nonlinear and parametric vibrations in ultrasonic cutting systems*, Proc. 5th Int. Conf. On Modern Practice in Stress and Vibration Analysis, Glasgow, UK, 2003.
- [5] A.H. Nayfeh, D.T. Mook, *Nonlinear Oscillations*, Wiley and Sons, New York, 1979.
- [6] A. Cardoni, C.N Lim, M. Lucas, M.P. Cartmell, *Characterising modal interactions in ultrasonic cutting systems*, Forum Acusticum Seville 2002, ULT-02-003, ISBN: 84-87985-06-8.
- [7] M. Cartmell, *Introduction to linear, parametric and nonlinear vibrations*, Chapman and Hall, London, 1990
- [8] M. Lucas, A. Cardoni, M.P. Cartmell, F.C. Lim, *Controlling the effects of modal interactions in ultrasonic cutting devices*, Proceedings of World Congress on Ultrasonics WCU 2003, Volume 1 Paris-France, ISBN 2-9515619-8-9, pp 49-56.