

## DOS EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN LA MODELIZACIÓN DE LA TRANSMISIÓN DE RUIDO EN EDIFICACIÓN

PACS: 43.40.At

Poblet-Puig, Jordi<sup>1-2-3</sup>; Rodríguez-Ferran, Antonio<sup>1-3</sup>

<sup>1</sup> Laboratori de Càlcul Numèric (LaCàN)

Departament de Matemàtica Aplicada III

E.T.S. d'Enginyers de Camins, Canals i Ports de Barcelona

Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain

Edifici C2, Campus Nord

Jordi Girona, 1-3 E-08034, Barcelona

Tel.: 00 34 934 017 959 Fax: 00 34 934 011 825

E-mail: [jordi.poblet@upc.edu](mailto:jordi.poblet@upc.edu) & [antonio.rodriguez-ferran@upc.edu](mailto:antonio.rodriguez-ferran@upc.edu)

### ABSTRACT

Two applications of numerical techniques to the study of sound transmission are shown. In the first one the sound reduction index of a double wall in the low frequency range is computed solving a vibro acoustic problem by means of the finite element method. It is a typical situation where the uncoupling of the problem is not possible. In the other, the structural spectral element method is used in order to compute the vibration transmission factor. It is a required parameter to compute the indirect transmissions of sound by means of the standard EN-12354.

### RESUMEN

Se exponen dos aplicaciones de métodos numéricos al estudio de la transmisión de ruido. En la primera, se calcula el índice de debilitamiento de una pared doble en el rango de las frecuencias bajas mediante el método de los elementos finitos. Esta es una situación típica en la cual el problema no se puede desacoplar. En la otra aplicación, el método de los elementos espectrales estructurales se usa para calcular el coeficiente de transmisión de vibraciones. Cuando se quieren cuantificar las transmisiones indirectas de sonido mediante la norma EN-12354 se requiere este parámetro.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los métodos numéricos y su detallada descripción de los problemas vibro acústicos, son una herramienta a considerar a la hora de modelizar y predecir la transmisión de ruido. Ciertamente, hoy en día, existen aun problemas como la falta de "solvers" eficientes para grandes sistemas de ecuaciones derivados de problemas acoplados y la necesidad de un remallado excesivo a medida que aumenta la frecuencia estudiada que imposibilita la generalización de su uso debido al alto coste computacional. Se debe tener en cuenta además que cuando pensamos en una aplicación ingenieril se deben considerar un gran número de situaciones para poder obtener la respuesta promedio del sistema vibro acústico.

---

<sup>2</sup> Amb el suport del Departament d'Universitats, Recerca i Societat de la Informació del Fons Social Europeu (DURSI).

<sup>3</sup> Research supported by the Research Fund for Coal and Steel (RFCS) of the European Commission (grant RFS-CR-03025)

No obstante, la problemática existente bajo estas condiciones no desmerece la información que actualmente se puede obtener de un modelo numérico. Si nos restringimos al rango de las bajas frecuencias, donde muchas de las técnicas acústicas (como el análisis estadístico energético o las teorías de rayos) no son válidas y habitualmente es difícil de tomar medidas experimentales, el problema vibro acústico acoplado puede ser resuelto en su totalidad. Con ello se obtiene una información detallada de vibraciones en la estructura y distribución de presiones en dominios acústicos sin someterse a hipótesis como el trabajar con dominios acústicos y estructuras no acotadas. Además, para fenómenos como la transmisión directa de sonido, el rango crítico de frecuencias es el de las bajas frecuencias. Otra alternativa es el uso combinado de los métodos numéricos con aproximaciones semi-analíticas o probabilísticas.

Como ejemplo de las dos casuísticas mencionadas se va a presentar el estudio realizado de dos problemas vibro acústicos. El primero de ellos, correspondiente a un problema acoplado en el rango de las bajas frecuencias: la transmisión de sonido a través de una pared doble. Ésta es la situación por excelencia de un problema vibro acústico donde no se puede considerar de forma desacoplada el problema estructural y el problema acústico debido a la interacción entre las dos paredes y la cavidad de aire que hay entre ellas. El segundo ejemplo es el estudio de las transmisiones indirectas de ruido. Se va a utilizar un modelo numérico para determinar el coeficiente de transmisión de vibraciones ( $d_{ij}$ ) necesario para aplicar la normativa EN-12354 [9] y para el cual se requiere información global de la estructura (los otros parámetros necesarios pueden ser obtenidos ensayando elementos individuales en el laboratorio).

## 2. PROBLEMA ACOPLADO: CAPADIDAD AISLANTE DE UNA PARED DOBLE

Existen diversas formulaciones analíticas [1][2][6][8] que describen el índice de debilitamiento ( $R = 10 \log_{10}(I_{tr}/I_{inc})$ ) de las paredes dobles. Todas ellas suponen que la pared es ilimitada, y es complicado considerar la existencia de elementos que compliquen la descripción geométrica de la pared doble como podrían ser rigidizadores. De todos modos, describen correctamente los principales tipos de fenómenos con los que nos encontramos y la relación esperada índice de debilitamiento – frecuencia.

La respuesta teórica de una pared doble se ve afectada por diversos fenómenos de resonancia. A parte de la frecuencia de coincidencia para la cual la longitud de las ondas de presión acústica es la misma que la longitud de las ondas de flexión del panel emisor, encontramos dos fenómenos característicos de las paredes dobles: resonancia de la cavidad acústica interior ( $d k = n\pi, n=1,2,\dots$ ) y resonancia masa-aire-masa del sistema global.

El análisis modal de la pared doble será utilizado para interpretar los resultados del problema acoplado. Mientras para el análisis modal se va a considerar únicamente la pared doble de la

Figura 1(b), variándole sus condiciones de contorno, para la evaluación del aislamiento acústico bruto ( $D = L_{emisor} - L_{receptor}$ ) vamos a considerar el problema planteado en la

Figura 1(c) donde existen tres dominios acústicos, las dos habitaciones y la cavidad intermedia.

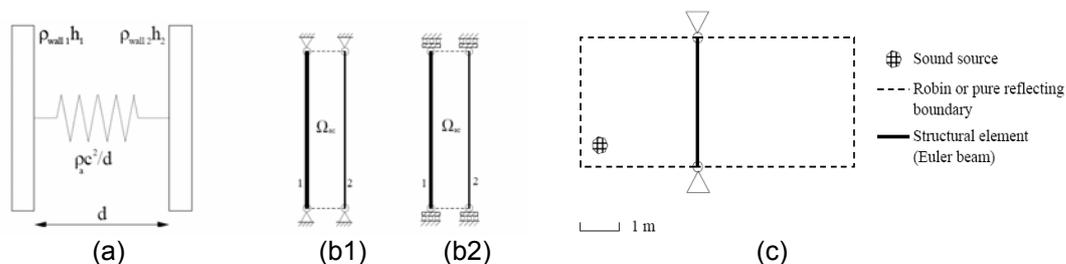


Figura 1: (a) Esquema mecánico de la resonancia masa-aire-masa, (b1) pared doble con desplazamientos impedidos, (b2) pared doble libre, (c) problema general acoplado.

Si realizamos un análisis modal de la pared doble sin coacción en sus extremidades se puede reproducir con exactitud la resonancia masa-aire-masa cuya fórmula teórica es,

$$\omega_{m-a-m} = \sqrt{\left(\frac{\rho_a c^2}{d}\right) \left(\frac{\rho_{wall1} h_1 + \rho_{wall2} h_2}{\rho_{wall1} h_1 \rho_{wall2} h_2}\right)}$$

Además del mencionado fenómeno nos encontramos con los modos propios que se corresponden a la vibración *in vacuo* de cada una de las dos placas. En la Figura 2 se han dibujado los campos de desplazamientos y distribuciones de presiones correspondientes a la resonancia masa-aire-masa (con distribución de presiones homogénea) y a un modo propio donde la primera pared entra en resonancia.

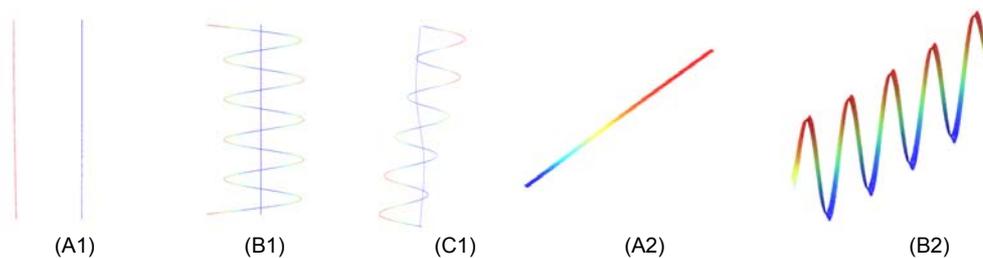


Figura 2: Modos propios de vibración de una pared doble no coaccionada. A, resonancia masa –aire – masa, B resonancia individual de elemento izquierdo, 1- desplazamientos, 2- presiones. Modo propio acoplado de una pared doble con desplazamientos impedidos C1.

Al coaccionar la pared doble el comportamiento cambia ligeramente. Sigue existiendo los modos correspondientes a la vibración libre de cada pared, pero además aparecen modos de vibración globales donde ambas paredes vibran junto a la capa de aire intermedia. Éste último caso sería el fenómeno equivalente a la resonancia masa –aire – masa.

Cualquiera de estos se deja notar en la respuesta general del sistema (Figura 3) donde además debemos añadir las perturbaciones causadas por las resonancias de las habitaciones. La diferencia es que mientras los modos causados por la vibración de alguno de los elementos en particular tienen un efecto más local en la relación aislamiento bruto - frecuencia, las resonancias globales marcan un cambio en la tendencia teniendo un efecto más generalizado.

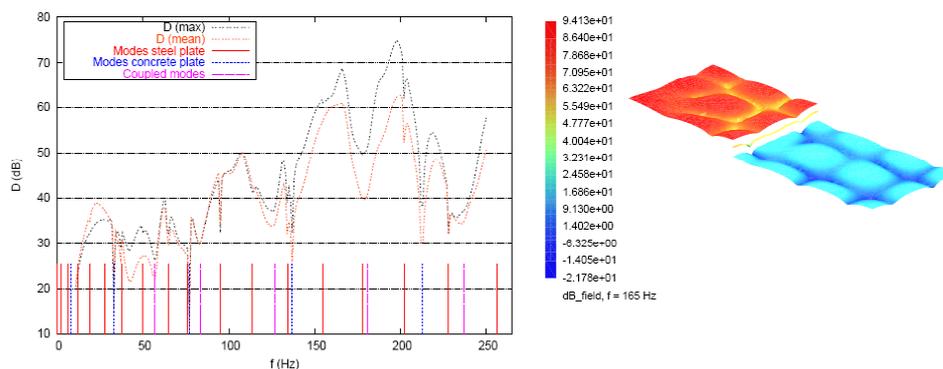


Figura 3: Aislamiento acústico bruto (D) de la pared doble en función de la frecuencia y distribución de presiones para una frecuencia de 165 Hz.

### 3. APROXIMACIÓN MIXTA: TRANSMISIONES INDIRECTAS

En la sección anterior, el método de los elementos finitos ha sido utilizado para resolver en su integridad el problema vibro acústico. Sin embargo, esto no tiene porqué siempre ser así

y podemos plantearnos el modelo numérico como soporte de alguna teoría semi-analítica o probabilística de tal manera que esto amplíe su rango de aplicación. En el presente ejemplo se va a utilizar el método de los elementos espectrales [5][7][11] para obtener el coeficiente de transmisión de vibraciones ( $d_{ij}$ ,  $D_{ij} = 10 \log_{10}(d_{ij})$ ) de una estructura.

$$d_{ij} = \frac{\langle (v_N)_j^2 \rangle}{\langle (v_N)_i^2 \rangle}$$

El método de los elementos espectrales, en su versión para elementos de biga permite obtener la solución exacta del problema con los elementos justos para describir la geometría, y se evita de esta manera tener que remallar a medida que la frecuencia aumenta pues la solución exacta del problema ha sido tomada como espacio de interpolación.

El método desarrollado por Gerretsen [3] para evaluar las transmisiones indirectas de sonido debido a ruido aéreo y que más tarde fue readaptado por él mismo [4] para el caso de ruidos de impacto es el que sirvió de base para las normativas EN-12354 [9]. Posteriormente se ha particularizado también para el caso de estructura metálica ligera [10]. En él se asume que el campo de presiones en una sala es reverberado, por lo tanto la intensidad se puede expresar como ( $\rho_a$  = densidad del aire,  $c$  = velocidad de propagación del sonido en el aire,  $p_{ef}$  = presión efectiva promedio en la sala),

$$I = \frac{p_{ef}^2}{4\rho_a c}$$

Además si se asume que la potencia radiada por cada elemento se expresa como ( $S_i$  es la superficie del elemento,  $\sigma_i$  su eficiencia de radiación y  $v_n$  su velocidad normal promedio sobre el contorno)

$$W_{rad} = \rho_a c S_i \sigma_i \langle (v_N)_i^2 \rangle$$

Podemos caracterizar la potencia que va por el camino  $ij$  como,

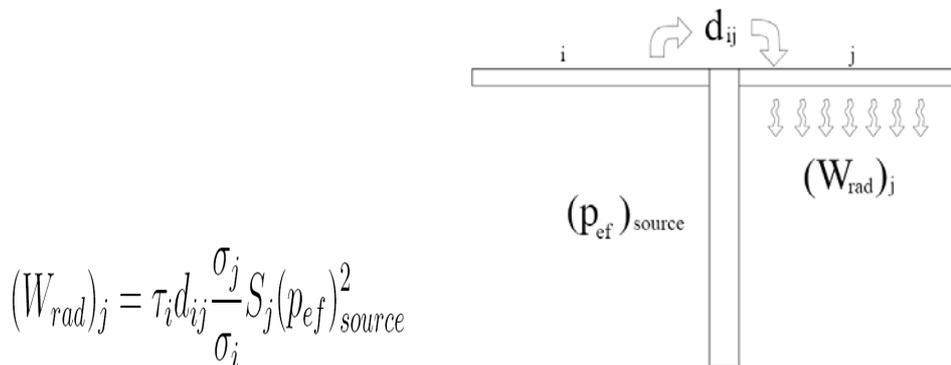


Figura 4: Potencia transmitida del elemento estructural  $i$  a  $j$  debido a una excitación actuando sobre el elemento  $i$ .

con lo cual podemos ver que el único parámetro del modelo que no es individual de cada elementos estructural (pared o forjado) es el coeficiente de transmisión de vibraciones  $d_{ij}$ . En él se condensa toda la información global de la estructura. Mientras los otros parámetros se pueden obtener en un laboratorio ensayando un elemento estructural aislado, para determinar  $d_{ij}$  haría falta hacer un ensayo sobre el edificio entero, cosa que entraña dificultad y coste económico. Se va a intentar obtener información sobre este parámetro mediante un modelo numérico.

Todos los parámetros del modelo general son valores promedio (en banda frecuencial y espacialmente). El modelo numérico debe respetar las hipótesis del modelo general, cosa que a la práctica quiere decir que los valores que de él obtengamos tienen que estar promediados del mismo modo. Para cada frecuencia concreta, al resolver el problema estructural numéricamente obtenemos una distribución espacial e desplazamientos  $\hat{u}(x)$ , que podemos trasladar como la velocidad normal en el dominio temporal como,

$$v_n(x, t) = \text{Re} \{ i\omega \hat{u}_N(x) e^{i\omega t} \}, \text{fo}$$

el primero de los promedios que se debe hacer es el temporal, que no implica coste computacional alguno,

$$v_n^2(x, \omega) = \frac{1}{T} \int_{t=0}^{t=\frac{2\pi}{\omega}} v_n^2(x, t) dt = \frac{1}{2} \left( \text{Re} \{ \hat{v}_n(x, \omega) \}^2 + \text{Im} \{ \hat{v}_n(x, \omega) \}^2 \right)$$

Para estudiar las transmisiones indirectas, hace falta promediar esta velocidad normal sobre cada elemento estructural que hayamos definido en nuestro estudio (paredes, forjaos),

$$\langle (v_N)_j^2 \rangle (\omega) = \frac{1}{\ell_j} \int_{x=0}^{x=\ell_j} v_n^2(x, \omega) dx$$

y finalmente debemos promediar en bandas frecuenciales (aquí se han utilizado tercios de octava) para obtener la velocidad del elemento j con la cual se va a calcular  $d_{ij}$ ,

$$\langle (v_N)_j^2 \rangle_{band} = \frac{1}{\Delta f} \int_{f_0}^{f_1} \langle (v_N)_j^2 \rangle (f) df$$

Puesto que nos restringimos al estudio de los ruidos de impacto, y la excitación es una fuerza puntual actuando sobre la estructura, es habitual resolver solamente el problema estructural, suponiendo que en estas situaciones el acoplamiento no tiene importancia. A modo de ejemplo se exponen en la Figura 5 las dos situaciones equivalentes para nuestro modelo, en la cual se puede apreciar que las vibraciones obtenidas en la estructura para el caso acoplado y no acoplado son casi equivalentes.

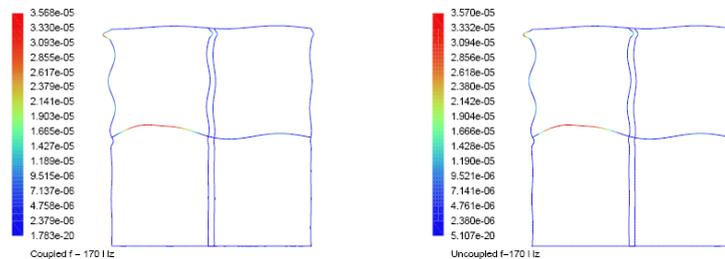


Figura 5: A la izquierda, problema de transmisión de vibraciones debido a una fuerza puntual resuelto de forma acoplada (desplazamiento máximo =  $3,568 \cdot 10^5 \text{ m}$ ) y a la derecha la misma situación resolviendo solamente el problema estructural (desplazamiento máximo =  $3,570 \cdot 10^5 \text{ m}$ )

En la Figura 6 se ha dibujado a modo orientativo lo que puede ser una fuerza de impacto (en este caso sería un impacto e martillo) y su correspondiente transformada de Fourier. Si el tiempo de duración del impacto es del orden de 5 ms, esto justifica que las frecuencias de hasta 1500 Hz tengan energía (y por lo tanto hay que resolver el problema para calcular  $d_{ij}$ ). No obstante, en una situación donde la excitación fuera por ruido aéreo, las frecuencias a analizar sería más altas. Las fuerzas puntuales han sido aplicadas en el forjado izquierdo (Figura 5)

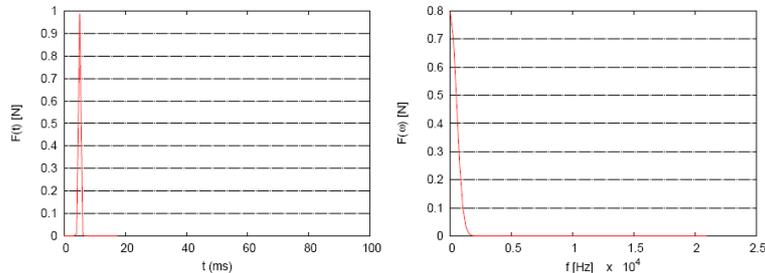


Figura 6: Evolución temporal de un impacto de martillo y su transformación de Fourier.

Si bien, el modelo debe ser mejorado para poderse establecer paralelismos con datos reales, a continuación se van a presentar los resultados obtenidos de los que podemos sacar las primeras conclusiones. En primer lugar en la Figura 7 (a), se muestra una comparativa entre los resultados obtenidos después de promediar diversas las vibraciones causadas por la carga puntual aplicada en diversas posiciones (como se propone en [9] para realizar las medidas experimentales) y cuando esta actúa solamente en el centro del forjado del primer piso. No existe una discordancia importante lo que puede sugerir que la respuesta estructural viene marcada por la relación geometría estructural-frecuencia de excitación (al menos para el modelo que ha sido utilizado).

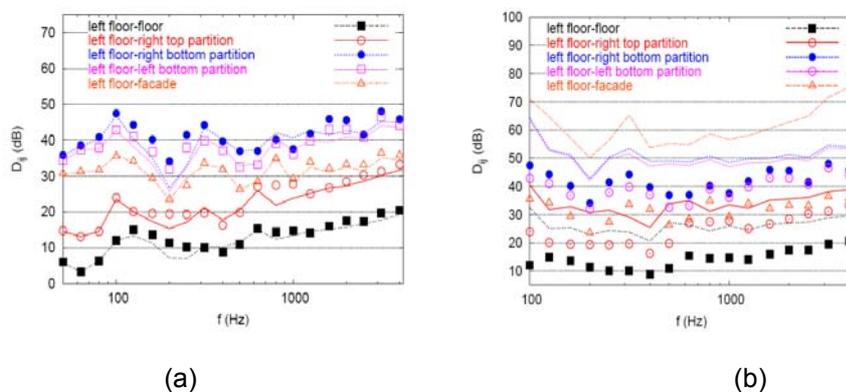


Figura 7: (a) Estudio de la misma situación promediando diversas posiciones de la fuerza puntual (línea continua) o solamente la situación con la carga aplicada en el centro del forjado del primer piso del lado izquierdo (símbolos). (b) Comparativa de la situación donde hay continuidad estructural (símbolos) con la que tiene rótulas al final del forjado cargado para evitar la transmisión de vibraciones (línea continua).

En la Figura 7 (b), se han comparado la situación en la cual tenemos un forjado continuo entre piso y piso y otra en la que se introducen rótulas al final del forjado cargado. Se puede ver una gran mejora para el segundo caso en cuanto a la transmisión de vibraciones.

Finalmente en la Figura 8 se compara cual es la influencia de la unión forjado pared. En el primer caso se introducen rótulas entre el forjado y la pared inferior (con lo cual las rotaciones no pueden ser transmitidas). En el segundo se permite la transmisión de rotaciones pero no la de desplazamientos perpendiculares a la pared. Se puede ver como la mejora es más importante en el segundo caso, cosa que nos puede indicar, por ejemplo, cual es la mejor manera de diseñar las uniones entre forjado y pared.

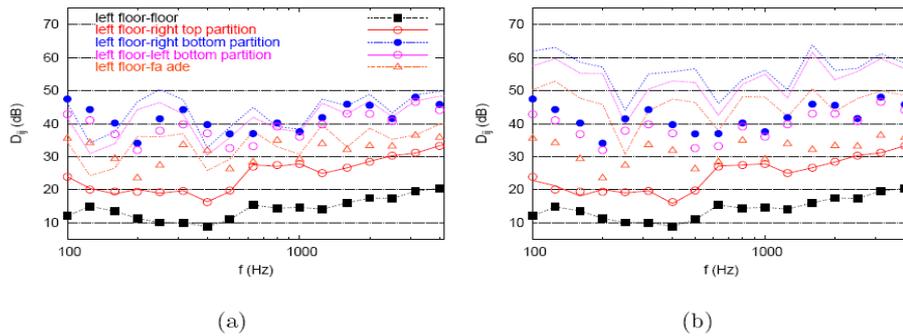


Figura 8: Comparativa entre una situación en la que hay continuidad estructural entre forjado y pared inferior (símbolos) y otra donde esta ha sido alterada con el objetivo de dificultar la transmisión de vibraciones (línea continua): (a) las rotaciones no se pueden transmitir y (b) los desplazamientos perpendiculares a la pared inferior no se pueden transmitir.

#### 4. AGRADECIMIENTOS

El trabajo presentado en la tercera sección ha sido realizado en colaboración con el “Centre scientifique et technique du bâtiment “ (CSTB). Queremos agradecerles su buen hacer y amabilidad, especialmente a Michel Villot y Cathy Guigou-Cartier.

#### 5. REFERENCIAS

- [1]J.Alba, J.Ramis y V.J. Sánchez-Morcillo. Improvement of the prediction of the transmission loss of double partitions with cavity absorption by minimization techniques. J. Sound Vibr., 273(4-5):793-804, 2004.
- [2]L.L. Beranek y I.L. Vér. Noise and vibration control engineering. John Wiley and sons, 1992.
- [3]E.Gerretsen. Calculation of the sound transmission between dwellings by partitions and flanking structures. Appl. Acoust, 12(6):413-433,1979.
- [4]E.Gerretsen. Calculation of airborne and impact sound insulation between dwellings. Appl. Acoust., 19(4):245-264, 1986.
- [5]J.F. Doyle. Application of the spectral element method to acoustic radiation. NASA/CR-2000-210642, Purdue University, West Lafayette, Indiana, December 2000.
- [6]F.Fahy. Sound and Structural vibration. Academic Press, London, 1989.
- [7]H.Igawa, K.Komatsu, I.Yamaguchi y T.Kasai. Wave propagation analysis of frame structures using the spectral element method. J. Sound Vibr., 227:1071-1081, 2004.
- [8]R.Josse. La acústica en la construcción. Gustavo Gili, Barcelona, 1975.
- [9]EN-12354 Building acoustics: Estimation of the acoustic performance of buildings from the performance of elements. 1-4, 1999-2000.
- [10]M.Villot. Modeling flanking transmissions in lightweight constructions. Forum acusticum, Sevilla, 2002.
- [11]C.Yu y J.Roesset. Dynamic stiffness matrices for linear members with distributed mass. Tamkang journal of science and engineering, 4(4):253-264, 2001.