

PROPAGACIÓN NO LINEAL DE ULTRASONIDOS EN LÍQUIDOS CON BURBUJAS: SIMULACIONES MEDIANTE UN MODELO POR ELEMENTOS FINITOS

PACS: 43.25.Yw

Tejedor Sastre, María Teresa¹; Leblanc, Alexandre²; Lavie, Antoine²; Vanhille, Christian¹

¹Universidad Rey Juan Carlos

Tulipán s/n

28933, Móstoles, Madrid

España;

Tel: 916647482,

Fax: 914887338

E-Mail: mariateresa.tejedor@urjc.es, christian.vanhille@urjc.es

²Université d'Artois

Technoparc Futura

62400, Béthune

Francia

ABSTRACT

The objective of this work is to study the nonlinear propagation of ultrasound in a liquid with a homogenous density of gas bubbles. A new multidimensional numerical model based on the finite element method has been developed. The simulations allow us to analyze the pressure field and the bubble vibrations in several cases. The authors acknowledge the support of the Ministry of Economy and Competitiveness of Spain (DPI2012-34613, BES-2013-064399).

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es estudiar la propagación no lineal de ultrasonidos en un líquido con densidad homogénea de burbujas de gas. Se ha desarrollado un nuevo modelo numérico multidimensional basado en el método de los elementos finitos. Las simulaciones permiten analizar el campo de presiones y la vibración de las burbujas en varias configuraciones. Los autores agradecen el apoyo del Ministerio de Economía y Competitividad de España (DPI2012-34613, BES-2013-064399).

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad el uso de ultrasonidos de alta intensidad es cada vez más frecuente. Existe un gran abanico de aplicaciones, entre ellas la industria alimentaria [1], la industria química [2], la filtración de partículas [3] y la medicina [4]. La propagación de ultrasonidos en medios no lineales constituye una rama de investigación teórica y aplicada muy actual. Uno de los medios que más interés despierta son los líquidos con burbujas ya que son medios extremadamente no lineales con aplicaciones en la industria [2] y la medicina [5]. La presencia de burbujas en el líquido modifica drásticamente las propiedades acústicas del medio, y por tanto la propagación del campo acústico [6,7].

Resulta de gran interés tener herramientas que simulen la propagación ultrasónica en este tipo de medios. Algunos desarrollos han sido llevados a cabo como [8,9] donde se resuelve en tres dimensiones la ecuación de ondas lineal teniendo en cuenta una distribución gaussiana del tamaño de la burbuja pero sin tener en cuenta la interacción campo-burbuja. En [10] se analiza la ecuación de ondas lineal teniendo en cuenta la disipación de las burbujas. En [11] se analiza como el campo acústico en un resonador se acopla con la vibración de las paredes, teniendo en cuenta las burbujas para analizar la atenuación del campo.

La propagación de ultrasonidos de alta intensidad en medios no lineales produce fenómenos de gran interés que se deben tener en cuenta en los modelos numéricos de simulación. Un ejemplo en un fluido homogéneo se encuentra en [12], donde en una dimensión se tiene en cuenta la no linealidad en un tubo lleno de un gas ideal. En [13] se resuelve la ecuación de ondas unidimensional en un líquido con burbujas teniendo en cuenta la no linealidad, la dispersión y la disipación mediante el método de las diferencias finitas. El estudio en dos y tres dimensiones se lleva a cabo en [14,15].

En este trabajo presentamos un nuevo estudio basado en el método de los elementos finitos donde se analiza la propagación ultrasónica en tres dimensiones en un líquido con densidad constante de burbujas de gas. Para ello se resuelve un sistema diferencial que acopla la presión acústica con las variaciones de volumen experimentadas por las burbujas de gas.

2. MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

Se considera un transductor esférico de radio de curvatura R_c y de diámetro de abertura D emitiendo en un líquido con burbujas formado por agua y burbujas de aire. Se considera que el dominio espacial de estudio tiene simetría axial y longitud L_{max} . Se resuelve el sistema diferencial que acopla la presión acústica $p(z,r,t)$ con la variación de volumen $v(z,r,t) = V(z,r,t) - v_{og}$ experimentada por las burbujas con respecto a su volumen inicial v_{og} , r y z son las coordenadas espaciales (cilíndricas) y t la coordenada temporal. Este sistema viene descrito por la ecuación de ondas, Eq. 1, y por la ecuación de Rayleigh-Plesset, Eq. 2:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c_{oi}^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho_{oi} N_g \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \quad (z,r) \in]0, L_{max}[\times]0, D/2[, \quad t \in]0, t_{max}[\quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \omega_{og} \delta \frac{\partial v}{\partial t} + \omega_{og}^2 v = av^2 + b \left(2v \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 \right) - \eta p; \quad (z,r) \in [0, L_{max}] \times [0, D/2], \quad t \in]0, t_{max}[\quad (2)$$

donde c_{oi} es la velocidad del sonido en el líquido, ρ_{oi} es la densidad del líquido, N_g es la densidad de burbujas, t_{max} es el tiempo total que dura el experimento, $\omega_{og} = \sqrt{3\gamma_g p_{og} / \rho_{og} R_{og}^2}$ es la frecuencia de resonancia de las burbujas, R_{og} su radio inicial, $p_{og} = \rho_{og} c_{og}^2 / \gamma_g$ es la presión atmosférica del gas, γ_g la razón de los coeficientes específicos del gas, ρ_{og} la densidad del gas en el equilibrio, c_{og} la velocidad del sonido en el gas, $\delta = 4\nu_l / (\omega_{og} R_{og}^2)$ es el coeficiente de viscosidad del medio, donde ν_l es la viscosidad cinemática del líquido, $a = (\gamma_g + 1)\omega_{og}^2 / 2v_{og}$, $b = 1 / (6v_{og})$ y $\eta = 4\pi R_{og} / \rho_{oi}$ son constantes. Se usan las siguientes condiciones iniciales:

$$p(z \neq 0) = v = \frac{\partial p}{\partial t}(z \neq 0) = \frac{\partial v}{\partial t} = 0; \quad t = 0, \quad (z,r) \in [0, L_{max}] \times [0, D/2] \quad (3)$$

Las condiciones de contorno son las siguientes:

$$\frac{\partial p}{\partial r}(r=0) = 0; \quad z \in [0, L_{\max}], \quad t \in [0, t_{\max}] \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}(z=L_{\max}) = -\frac{1}{c_{0l}} \frac{\partial p}{\partial t}(z=L_{\max}); \quad r \in [0, D/2], \quad t \in [0, t_{\max}] \quad (5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r}(r=D/2) = -\frac{1}{c_{0l}} \frac{\partial p}{\partial t}(r=D/2); \quad z \in [0, L_{\max}], \quad t \in [0, t_{\max}] \quad (6)$$

$$p(z=0, t) = p_0 \sin(\omega_1 t); \quad r \in [0, D/2], \quad t \in [0, t_{\max}] \quad (7)$$

Se usa como fuente de excitación una fuente continua de presión de amplitud p_0 y frecuencia f .

3. RESULTADOS

Para resolver este sistema de ecuaciones diferenciales acopladas se usa el método de los elementos finitos [16,17]. En este caso se usa el software Comsol-multiphysics [18] para implementar este método de resolución.

Se usan los siguientes parámetros: $D = 0,04 \text{ m}$, $L_{\max} = 0,092 \text{ m}$, $R_c = 0,08 \text{ m}$, $t_{\max} = 22T$, siendo $T = 1/f$, $f = 300 \text{ kHz}$, $R_{0g} = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, $N_g = 10^{11} \text{ m}^{-3}$, $c_{0g} = 340 \text{ m/s}$, $c_{0l} = 1500 \text{ m/s}$, $\rho_{0g} = 1,29 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{0l} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\gamma_g = 1,4$ y $\nu_l = 1,43 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

- **Régimen lineal: $p_0 = 10 \text{ Pa}$**

Se resuelve el problema para el caso lineal tomando como amplitud de la fuente $p_0 = 10 \text{ Pa}$. En la Fig. 1 se muestra la evolución del campo de presión a lo largo del tiempo de estudio.

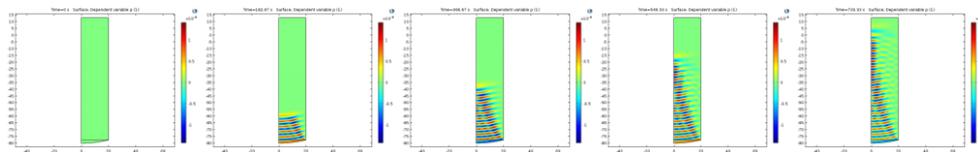


Fig. 1. Evolución de la presión en régimen lineal durante $22T$.

- **Régimen no lineal $p_0 = 25.000 \text{ Pa}$**

Se resuelve el problema para el caso no lineal tomando como amplitud de la fuente $p_0 = 25.000 \text{ Pa}$. En la Fig. 2 se muestra la evolución del campo de presión a lo largo del tiempo de estudio.

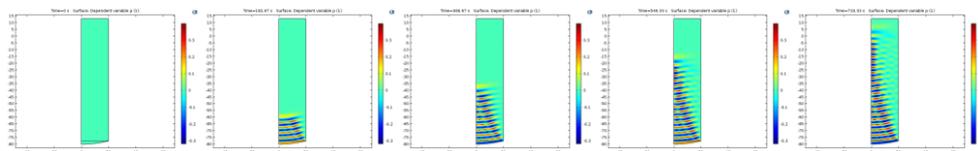


Fig. 2. Evolución de la presión en régimen no lineal durante $22T$.

A la vista de las Figs. 1 y 2 se puede observar cómo tanto en régimen lineal como no lineal el sistema focaliza, concentra su energía en un punto del eje. Cuando se trabaja en régimen no lineal se observa que la onda focaliza más cerca de la fuente.

En la Fig. 3 se muestra la posición de los puntos en el eje donde se analiza la señal no lineal en tiempo (Fig. 4) y frecuencia (Fig. 5). En la Fig. 4 se muestra la forma de onda para los últimos periodos mientras que en la Fig. 5 muestra la descomposición en frecuencia de la señal.

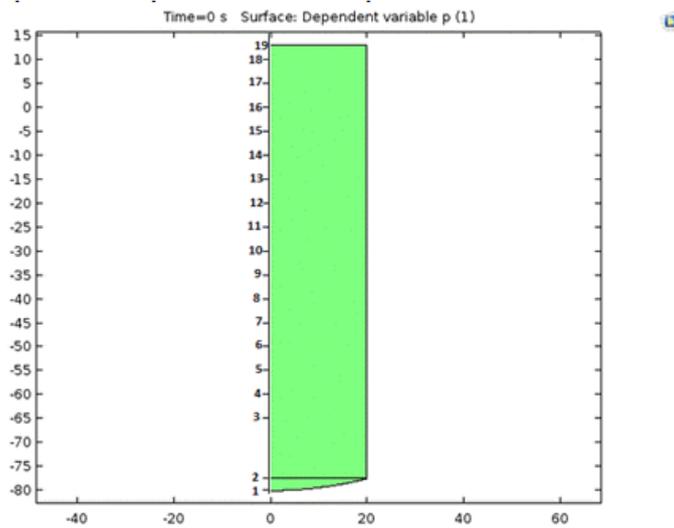


Fig. 3. Esquema del sistema con los puntos donde se analiza la señal.

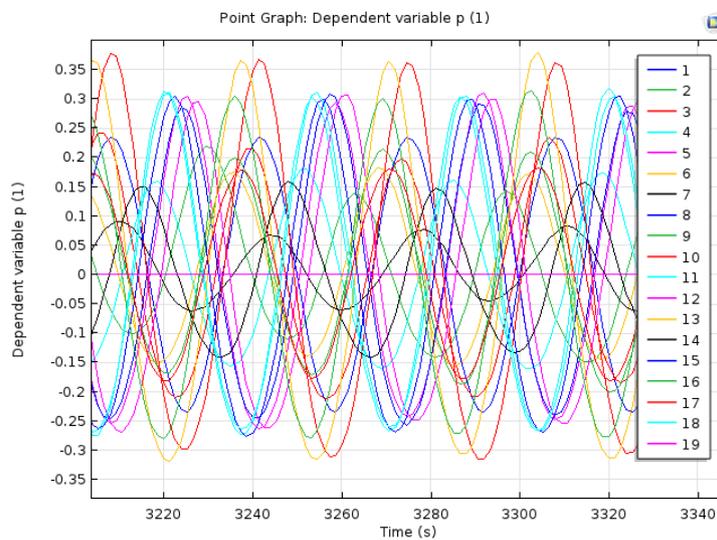


Fig. 4. Forma de onda en los distintos puntos del sistema.

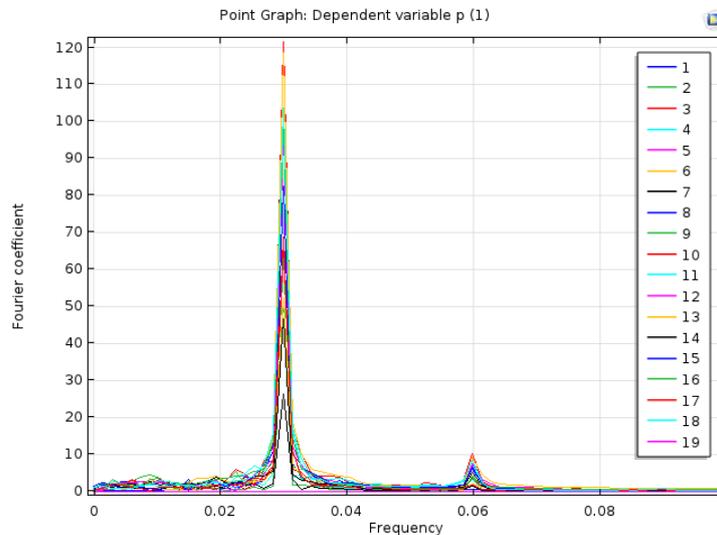


Fig. 5. Descomposición en frecuencia en los diferentes puntos del sistema.

La Fig. 4 permite observar las diferentes amplitudes obtenidas en los diferentes puntos. El punto donde la intensidad es mayor es el punto 10 que se corresponde con una distancia de 50 mm de la fuente. En la Fig. 5 se observa la presencia de un segundo armónico en algunos puntos. Su máximo se presenta de nuevo en el punto número 10.

REFERENCIAS

- 1 Chemat, F., Huma, Z. and Kamran Khan, M. Applications of ultrasound in food technology: Processing, preservation and extraction, *Ultrason. Sonochem.* **18**, 813-835, (2011).
- 2 Mason, T. J. and Lorimer, J. P. *Applied sonochemistry: the uses of power ultrasound in chemistry and processing*, Wiley-VCH, Weinheim, (2002).
- 3 Riera Franco de Sarabia, E., Gallego Juárez, J. A., Rodríguez Corral, G., Elvira Segura, L. and González Gómez, I. Application of high-power ultrasound to enhance fluid/solid particle separation processes, *Ultrasonics* **38**, 642-646, (2000)
- 4 Al-Bataineh, O., Jürgen, J. and Huber, P. Clinical and future applications of high intensity focused ultrasound in cancer, *Cancer treat. Rev.* **38**, 346-353, (2012).
- 5 J. Wu, W.L. Nyborg (Eds.), *Emerging therapeutic ultrasound*, World Scientific (2006).
- 6 Young, F. R. *Cavitation*, McGraw-Hill, London, (1989).
- 7 Hamilton, M. F. and Blackstock, D. T. (Eds.) *Nonlinear Acoustics*, Academic Press, San Diego, (1998).
- 8 Dähnke, S., Swamy, K. M. and Keil, F.J. Modeling of three-dimensional pressure fields in sonochemical reactors with an inhomogeneous density distribution of cavitation bubbles. Comparison of theoretical and experimental results, *Ultrason. Sonochem.* **6**, 31-41, (1999).
- 9 Dähnke, S., Swamy, K. M. and Keil, F.J. A comparative study on the modelling of sound pressure field distributions in a sonoreactor with experimental investigation, *Ultrason. Sonochem.* **6**, 221-226, (1999).
- 10 Nomura, S. and Nakagawa, M. Analysis of an ultrasonic field attenuated by oscillating cavitation bubbles, *Acous. Sci. Technol.* **22**, 283-291, (2001).
- 11 Yasui, K., Kozuka, T., Tuziuti, T., Towata, A., Iida, Y., King, J. and Macey, P. FEM calculation of an acoustic field in a sonochemical reactor, *Ultrason. Sonochem.* **14**, 605-614, (2007).

- 12 Vanhille, C., Campos-Pozuelo, C. and Conde, C. A Composed Numerical Model Applied to High Amplitude Ultrasonic Resonators, *Acta Acust. United Acust.* **90**, 376-379, (2004).
- 13 Vanhille, C. and Campos-Pozuelo, C. Numerical simulation of nonlinear ultrasonic standing waves in bubbly liquids, *Int. J. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **10 (6)**, 751-757, (2009)
- 14 Vanhille, C. and Campos-Pozuelo, C. Nonlinear ultrasonic standing waves: Two-dimensional simulations in bubbly liquids, *Ultrason. Sonochem.* **18**, 679-982, (2011).
- 15 Vanhille, C. and Campos-Pozuelo, C. Numerical simulations of three-dimensional nonlinear acoustic waves in bubbly liquids, *Ultrason. Sonochem.* **20**, 963-969, (2013).
- 16 Vanhille, C., Lavie, A. and Campos-Pozuelo, C. *Modélisation numérique en mécanique: introduction et mise en pratique*, Hermes Science Publications - Lavoisier, Paris, (2007).
- 17 Buchanan, G.R. *Finite elements analysis*, Schaum's outline series, McGraw-Hill, New York (1995).
- 18 COMSOL, <http://www.comsol.com>.