



FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-  
24 al 26 de octubre

## ANÁLISIS DEL EFECTO DE LOS TRANSDUCTORES TIPO PISTÓN SOBRE LA FOCALIZACIÓN DE LAS LENTES DE FRESNEL

PACS: 43.58.Ls.

Pérez-López, Sergio<sup>1</sup>; Tarrazó-Serrano, Daniel<sup>1</sup>; Fuster, José Miguel<sup>2</sup>; Candelas, Pilar<sup>1,3</sup>; Rubio, Constanza<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Centro de Tecnologías Físicas, Universitat Politècnica de València, Camí de Vera s/n, 46022, València, Spain

<sup>2</sup>Departamento de Comunicaciones, Universitat Politècnica de València, Camí de Vera s/n, 46022, València, Spain

<sup>3</sup>Departamento de Física Aplicada, Universitat Politècnica de València, Camí de Vera s/n, 46022, València, Spain

E-Mail: [serpelo1@upv.es](mailto:serpelo1@upv.es), [dtarrazo@fis.upv.es](mailto:dtarrazo@fis.upv.es), [jfuster@ocom.upv.es](mailto:jfuster@ocom.upv.es), [pcandelas@fis.upv.es](mailto:pcandelas@fis.upv.es), [crubiom@fis.upv.es](mailto:crubiom@fis.upv.es)

**Palabras Clave:** Pistón, Transductor, Fresnel Zone Plates, Focalización, Ultrasonidos

### ABSTRACT

Fresnel Zone Plates are widely used in many areas of physics, such as optics, microwaves or acoustics. In acoustics field, especially in ultrasounds, piston transducers are very common and therefore its effect in the focusing profile of the lenses has to be analysed. This work presents a theoretical and experimental characterization of the behaviour of the piston, as well as an analysis of its effect over Fresnel lenses. Experimental and theoretical results show that the transducer has to be considered in the design process of the lenses in order to achieve a proper focusing behaviour.

### RESUMEN

Las lentes de Fresnel son ampliamente utilizadas en muchos ámbitos de la física, tales como óptica, microondas o acústica. En el campo de la acústica, especialmente en ultrasonidos, los transductores cilíndricos tipo pistón suelen ser muy comunes, por lo que su impacto en los perfiles de focalización de las lentes de Fresnel debe ser caracterizado. Este trabajo presenta una caracterización teórica y experimental del funcionamiento del pistón, así como su efecto sobre las lentes. Los resultados muestran que el efecto del transductor debe considerarse en el diseño de las lentes de Fresnel si se desea conseguir una correcta focalización.

### INTRODUCCIÓN

Las lentes planas (*Zone Plates*, ZPs) se emplean para aplicaciones de focalización en situaciones en las que la fabricación planar es más sencilla o resulta ventajosa frente a las lentes cóncavas y convexas tradicionales. Recientemente, se han presentado nuevos tipos de ZPs, tales como los ZPs fractales basados en secuencias de cantor [1-3], que presentan un perfil de focalización con múltiples focos con propiedades fractales; o los ZPs basados en secuencias de Fibonacci [4,5], que presentan un perfil bifocal con igual intensidad en ambos focos. Entre los diferentes tipos de ZPs, las lentes de Fresnel (*Fresnel Zone Plates*, FZPs) son las más comunes en aplicaciones en las que se requiere un único foco y son empleadas en diversas áreas de la física, tales como la óptica [6], las microondas [7] o la acústica [8,9].

Las FZPs tradicionales focalizan debido a la interferencia constructiva de los campos difractados en los diferentes anillos concéntricos que forman la lente. Cada uno de estos anillos es una región de Fresnel y dependiendo del tipo de implementación de las diferentes regiones las FZPs pueden clasificarse en dos tipos. Las FZPs tipo Soret [10] alternan regiones de bloqueo de presión con regiones transparentes, mientras que las FZPs tipo Rayleigh-Wood [11,12] reemplazan las regiones de bloqueo por regiones de cambio de fase.

Una de las aplicaciones importantes de la focalización de ultrasonidos es la ablación de tumores mediante terapias HIFU (*High Intensity Focused Ultrasound*) [13]. En este contexto, tener un control preciso de la distancia focal es muy importante, por lo que debe considerarse el efecto del transductor sobre el perfil de focalización. En las terapias HIFU se emplean transductores en inmersión debido a que las características de propagación del sonido bajo el agua son mejores que en el aire. Además, la impedancia característica del agua es similar a la del cuerpo humano, lo que reduce la desadaptación de impedancias e incrementa la eficiencia energética del tratamiento. Entre los diferentes tipos de transductores empleados en inmersión, los transductores tipo pistón son los más comunes. Por este motivo, debe analizarse su influencia sobre los perfiles de focalización de las FZPs.

## ANÁLISIS TEÓRICO

### Funcionamiento del pistón

Un pistón es un transductor piezoeléctrico con forma cilíndrica que se emplea de manera habitual en el campo de los ultrasonidos. Suponiendo que toda la superficie del pistón se mueve con una velocidad constante  $\vec{u} = u_0 \vec{dS}$  y dado que  $p = Z_0 u$ , se puede deducir que cada punto de la superficie actúa como una fuente puntual que emite ondas esféricas, generando un diferencial de presión que viene dado por

$$dp = \frac{jZ_0 k}{2\pi R'} e^{-jkR'} \vec{u} \cdot \vec{dS}, \quad (1)$$

donde  $Z_0 = \rho_0 c_0$  es la impedancia característica del medio, siendo  $\rho_0$  la densidad y  $c_0$  la velocidad de propagación del sonido;  $k = 2\pi/\lambda$  es la constante de propagación,  $\lambda$  es la longitud de onda y  $R'$  es la distancia entre el punto de la superficie del pistón y el punto en el que se está calculando la presión.

FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-  
24 al 26 de octubre

Dado que la velocidad de movimiento es perpendicular a la superficie del pistón, se cumple que  $\vec{u} \parallel \vec{dS}$ , por lo que la expresión anterior se puede simplificar de la siguiente forma:

$$dp = \frac{jkp_0}{2\pi R'} e^{-jkR'} dS, \quad (2)$$

siendo  $p_0 = Z_0 u_0$ .

De este modo, la presión generada por el pistón en cualquier punto del espacio puede calcularse integrando todas las contribuciones de presión  $dp$  en la superficie del pistón:

$$p(R) = \iint_S dp = \frac{jkp_0}{2\pi} \iint_S \frac{e^{-jkR'}}{R'} dS, \quad (3)$$

donde  $R$  es la distancia entre el centro de la superficie del pistón y el punto en el que se calcula la presión.

La expresión anterior tiene soluciones analíticas para dos situaciones diferentes [14]. La primera es la situación de campo cercano o región de Fresnel ( $R \ll a$ , siendo  $a$  el radio activo del pistón), que se caracteriza por una alta variabilidad en la amplitud y la fase de la presión generada. La segunda es la situación de campo lejano o región de Fraunhofer ( $z > 8a^2/\lambda$ , siendo  $z$  el eje perpendicular a la superficie del pistón), que se caracteriza por una dependencia del campo del tipo  $r^{-1}$ . A modo de ejemplo, la Figura 1 muestra un corte longitudinal calculado empleando la Ecuación (3) de la intensidad generada por un pistón en la región de Fresnel. La intensidad acústica puede calcularse como  $I = \frac{|p|^2}{2Z_0}$ . Como se puede observar, la amplitud generada es muy variable, por lo que a la hora de emplear el transductor junto con una lente el pistón debe operar en campo lejano, de tal modo que dicha variabilidad no afecte a su focalización.

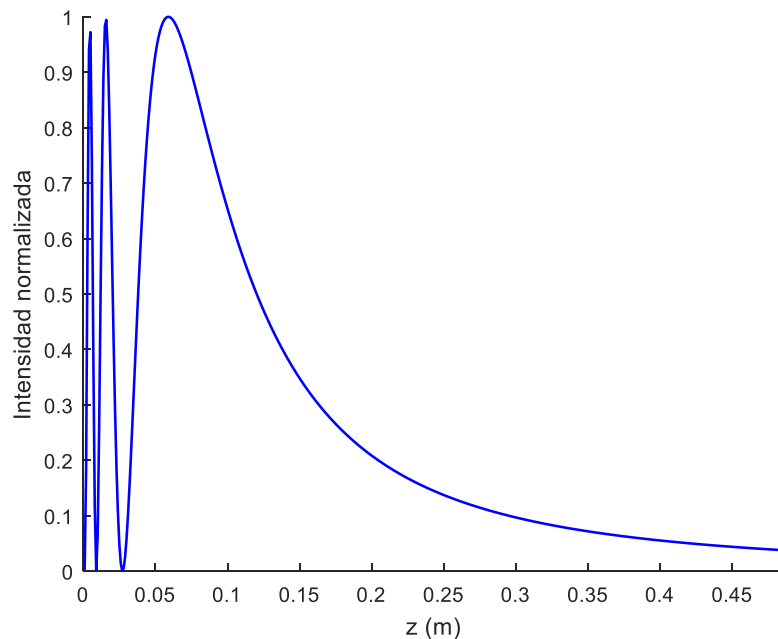


Figura 1: Corte longitudinal de intensidad generado por un pistón en el campo cercano. Datos considerados:  $ka = 15$ ,  $\lambda = 6$  mm.

FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-  
24 al 26 de octubre

Así pues, la presión generada por un pistón en la región de Fraunhofer viene dada por la siguiente expresión:

$$p(R) = \frac{jkp_0a^2}{2R} D(\theta) e^{-jkR} \propto \frac{D(\theta)}{R} e^{-jkR}, \quad (4)$$

donde  $\theta$  es el ángulo referido a la dirección normal a la superficie del pistón y  $D(\theta)$  representa el diagrama de directividad, que viene dado por

$$D(\theta) = \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta}, \quad (5)$$

siendo  $J_1$  la función de Bessel de primera especie y primer orden.

De la Ecuación (4) se puede deducir que los transductores tipo pistón en el campo lejano pueden ser modelados como una fuente puntual con un determinado diagrama de directividad, cuyo comportamiento viene principalmente fijado por el producto  $ka$ . La Figura 2 muestra el comportamiento del diagrama de directividad para tres pistones con diferentes valores de  $ka$ . Como se puede observar, a medida que el producto  $ka$  aumenta, el pistón se vuelve más directivo, lo que significa que distribuye su energía en una determinada dirección del espacio.

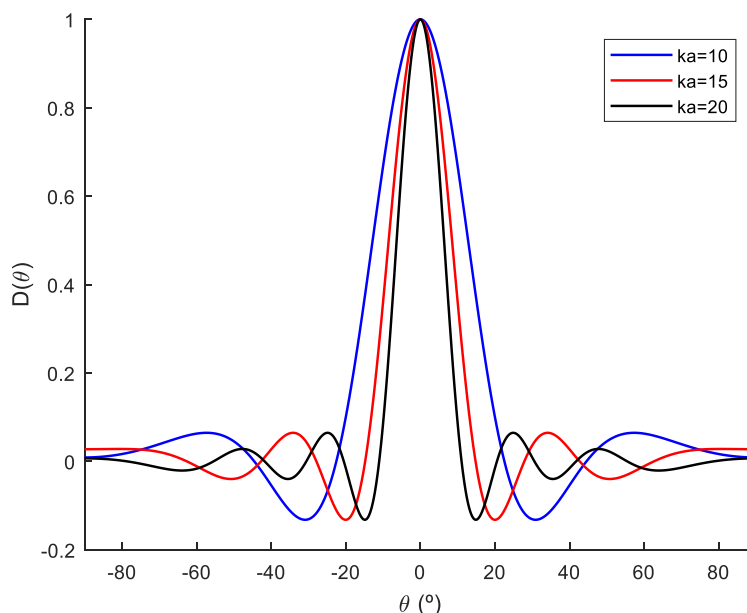


Figura 2: Diagramas de directividad para tres pistones con  $ka = 10$  (azul),  $ka = 15$  (rojo) y  $ka = 20$  (negro).

### Influencia del pistón sobre las FZPs

Como se ha comentado anteriormente, las FZPs están formadas por un conjunto de anillos concéntricos, cuya anchura depende de ciertos parámetros como la distancia focal y la longitud de onda. Puesto que el pistón se puede modelar como una fuente puntual con un diagrama de directividad [15], a la hora de calcular los radios de los diferentes anillos de la lente hay que

considerar incidencia de onda esférica. De este modo, la ecuación que permite obtener los radios de las diferentes regiones es la siguiente:

$$d + F + \frac{n\lambda}{2} = \sqrt{d^2 + r_n^2} + \sqrt{F^2 + r_n^2}, \quad (6)$$

donde  $F$  representa la distancia focal,  $d$  la separación entre emisor y lente,  $r_n$  el radio  $n$ -ésimo de Fresnel y  $n = 1, 2, \dots, N$ , siendo  $N$  el número total de regiones.

Para poder evaluar el perfil de focalización de las lentes se ha calculado numéricamente la difracción de Fresnel [14]:

$$p(z) = \frac{2\pi}{j\lambda} \int_0^{R_N} q(r)p_i(r) \frac{r}{\sqrt{r^2+z^2}} e^{-jk\sqrt{r^2+z^2}} dr, \quad (7)$$

donde  $r$  representa el eje radial de la lente,  $R_N$  el radio máximo de la lente,  $q(r)$  la función pupila que describe la geometría de la lente y  $p_i(r)$  la presión incidente en la lente. Para las lentes tipo Soret, la función pupila valdrá 1 en las regiones transparentes mientras que valdrá 0 en las regiones de bloqueo. En el caso de incidencia de onda plana  $p_i(r)$  sería constante, por lo que no afectaría al resultado de la integral, mientras que para el caso del pistón  $p_i(r)$  vendrá determinada por la expresión de la Ecuación (4).

La Figura 3 muestra los perfiles de focalización obtenidos calculando numéricamente la Ecuación (7) para una misma FZP con  $N = 31$ ,  $F = 100$  mm,  $\lambda = 6$  mm y  $d = 350$  mm, pero considerando en un caso una fuente puntual ideal y en otro un transductor tipo pistón con un factor  $ka = 16$ . Como se puede apreciar, en el caso del pistón se genera un mínimo a la distancia focal. Esta distorsión se produce como consecuencia del diagrama de directividad del pistón, que afecta tanto a la amplitud de la presión incidente como a su fase [16]. La amplitud de  $D(\theta)$  produce un ensanchamiento del foco principal que se traduce en un incremento del valor del FLHM (*Full Length Half Maximum*), mientras que la fase genera una interferencia destructiva en la distancia focal de la lente, distorsionando gravemente el perfil de focalización. Dicha interferencia destructiva se genera debido a los cambios de fase de  $\pi$  que se producen entre dos lóbulos consecutivos del diagrama de directividad, de manera que aquellas regiones de Fresnel que estén iluminadas por el primer lóbulo secundario del pistón contribuirán destructivamente al foco principal de la lente. El cambio de fase de  $\pi$  del diagrama de directividad puede observarse claramente en la Figura 2 cada vez que  $D(\theta)$  cruza por 0.

Tal y como se muestra en [16], el tamaño máximo de la lente ( $R_{max}$ ) que permite evitar el error de fase introducido por el pistón viene dado por la siguiente expresión:

$$R_{max} = d \cdot \tan\left(\sin^{-1}\left(\frac{3.83}{ka}\right)\right). \quad (8)$$

De este modo, a la hora de diseñar la FZP habrá que tener en cuenta que se cumpla la condición  $R_N < R_{max}$  para asegurar un correcto funcionamiento de la lente. Alternativamente, es posible realizar FZPs de tamaño superior a  $R_{max}$  siempre y cuando se añada un anillo de corrección de fase (*Phase Correction Ring*, PCR) cada vez que el pistón cambia de lóbulo secundario [16]. El anillo de corrección de fase consiste en saltarse un radio de Fresnel, lo que introduce un desfase adicional de  $\pi$  que, sumado al desfase de  $\pi$  introducido por el diagrama de directividad, consigue que la interferencia vuelve a ser nuevamente constructiva. La Figura 4 muestra los perfiles de focalización para dos lentes con iguales parámetros de diseño y un

FIA 2018

XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-  
24 al 26 de octubre

transductor tipo pistón con  $ka = 16$ . A una de las lentes se le ha añadido un PCR, mientras que la otra es una FZP tradicional. Como se puede observar, la lente con el PCR consigue corregir el error de fase introducido por  $D(\theta)$  y focalizar en su distancia focal de diseño. No obstante, en el perfil correspondiente a la lente con PCR sigue apreciándose cierta distorsión de amplitud como consecuencia de la amplitud de  $D(\theta)$ . Esta distorsión no se puede corregir, puesto que requeriría de algún mecanismo de ganancia en la lente.

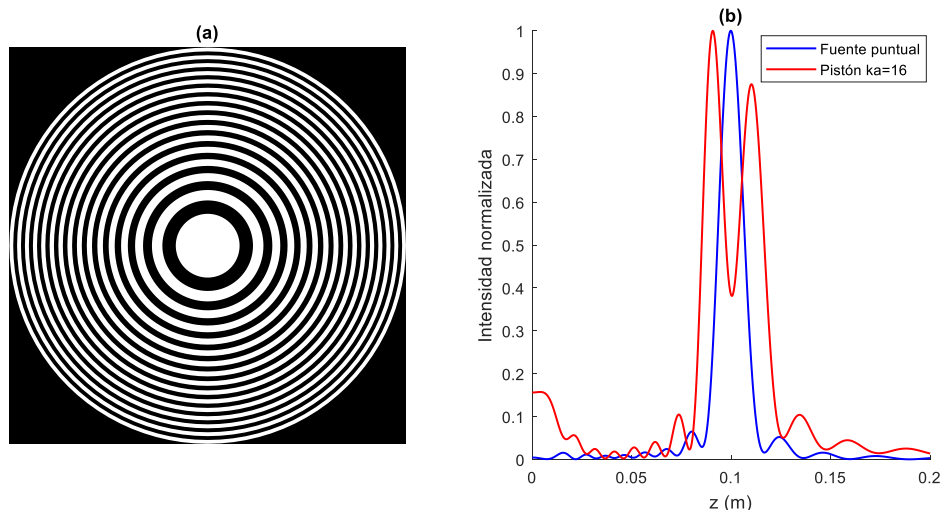


Figura 3: (a) Esquema de la lente y (b) perfiles de focalización para fuente puntual (azul) y para un pistón con  $ka = 16$  (rojo). Datos:  $N = 31$ ,  $F = 100$  mm,  $\lambda = 6$  mm y  $d = 350$  mm. Cada perfil está normalizado respecto a su máximo.

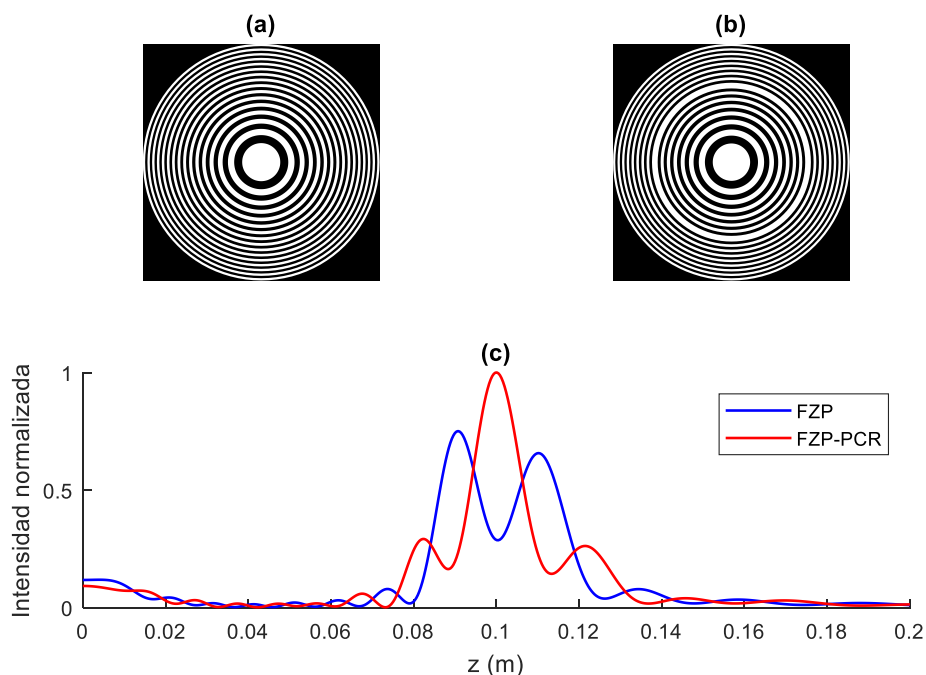


Figura 4: (a) Esquema del FZP convencional, (b) esquema del FZP con un PCR y (c) perfiles de focalización. Datos:  $N = 31$ ,  $F = 100$  mm,  $\lambda = 6$  mm,  $d = 350$  mm y  $ka = 16$ . Los perfiles están normalizados respecto al máximo entre ambos.

## RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para probar el funcionamiento de los anillos de corrección de fase y verificar el efecto del pistón analizado en la sección anterior, se han realizado medidas experimentales. El montaje experimental [17] consiste en un sistema automatizado de medida con una resolución espacial de  $1 \times 1 \times 1 \text{ mm}^3$ . Las medidas se han realizado en inmersión con agua destilada. El transmisor es un transductor del tipo pistón con una frecuencia central de 250 kHz y un diámetro activo de 30 mm, del fabricante Imasonic. La señal transmitida es generada con un generador de pulsos 5077PR de Panametrics. Finalmente, la señal se recibe con un hidrófono de Precision Acoustics y se digitaliza empleando un osciloscopio digital de PicoScope.

Se han fabricado dos FZPs tipo Soret, teniendo una de ellas un anillo de corrección de fase. El material empleado para la fabricación de las regiones de bloqueo de presión es el latón, debido a que presenta un elevado contraste de impedancias con el agua. La frecuencia de diseño es 270 kHz para una distancia focal de  $F = 80 \text{ mm}$  y un número de regiones de Fresnel  $N = 31$ . A dicha frecuencia, el producto  $ka$  del pistón tiene un valor de 16.96. La separación entre el transductor y la fuente es  $d = 340 \text{ mm}$ . La velocidad de propagación del sonido en el agua es 1500 m/s. En la Figura 5 pueden apreciarse ambas lentes y los resultados experimentales. Como se puede observar, la lente con el PCR consigue focalizar a 80 mm, mientras que el perfil de la lente convencional presenta una distorsión muy notable debido a la interferencia destructiva introducida por el error de fase del diagrama del pistón, tal y como se analizó en las simulaciones realizadas en la sección anterior.

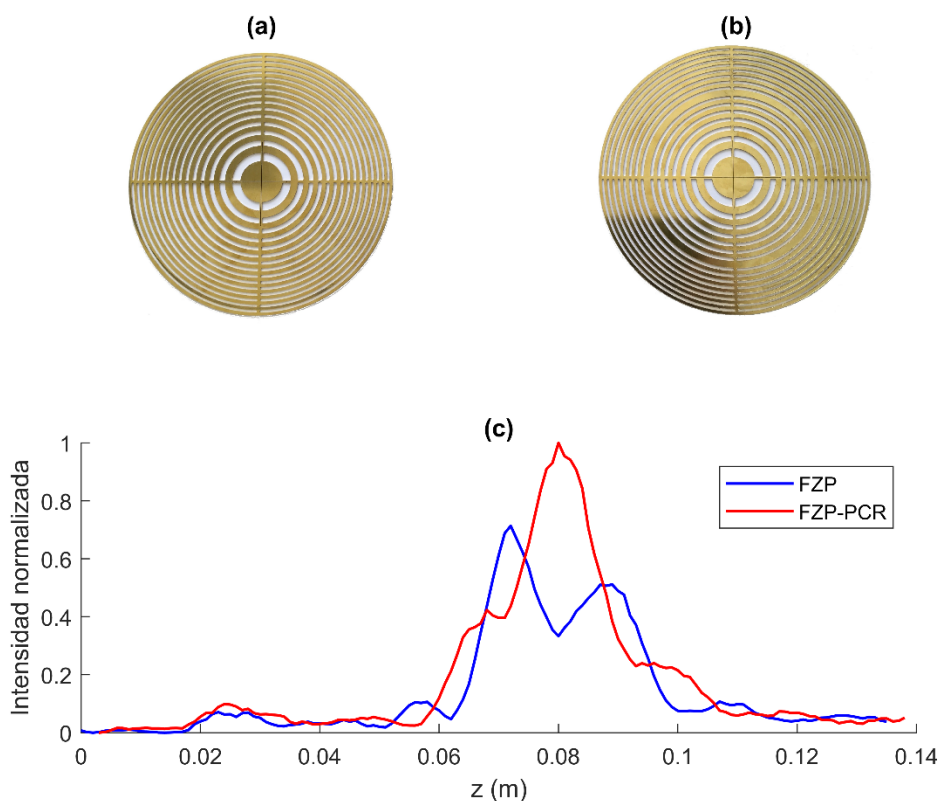


Figura 5: (a) FZP Soret de latón, (b) FZP Soret con un PCR y (c) perfiles de focalización de ambas lentes. Los perfiles están normalizados respecto al máximo entre ambos.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha analizado el funcionamiento del pistón desde un punto de vista teórico, para posteriormente poder evaluar la influencia de éste tipo de transductores en los perfiles de focalización de las lentes. Tanto los resultados numéricos como los resultados experimentales muestran que el efecto del pistón debe tenerse en cuenta en la etapa de diseño de las FZPs, puesto que su efecto puede llegar a introducir una interferencia destructiva a la distancia focal de la lente. Además, se ha comprobado el funcionamiento de los PCRs, que permiten corregir el error de fase introducido por el transductor.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto MINECO/FEDER TEC2015-70939-R.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] G. Saavedra, W. D. Furlan, and J. A. Monsoriu, "Fractal zone plates," *Opt. Lett.*, vol. 28, no. 12, p. 971, Jun. 2003.
- [2] O. Mendoza-Yero, M. Fernández-Alonso, G. Mínguez-Vega, J. Lancis, V. Climent, and J. A. Monsoriu, "Fractal generalized zone plates," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 26, no. 5, p. 1161, 2009.
- [3] S. Castiñeira-Ibáñez, D. Tarrazó-Serrano, C. Rubio, P. Candelas, and A. Uris, "An Ultrasonic Lens Design Based on Prefractal Structures," *Symmetry (Basel)*, vol. 8, no. 4, p. 28, Apr. 2016.
- [4] J. A. Monsoriu, A. Calatayud, L. Remon, W. D. Furlan, G. Saavedra, and P. Andres, "Bifocal Fibonacci Diffractive Lenses," *IEEE Photonics J.*, vol. 5, no. 3, pp. 3400106–3400106, Jun. 2013.
- [5] F. Machado, V. Ferrando, W. D. Furlan, and J. A. Monsoriu, "Diffractive m-bonacci lenses," *Opt. Express*, vol. 25, no. 7, p. 8267, Apr. 2017.
- [6] R. S. Rodrigues Ribeiro, P. Dahal, A. Guerreiro, P. A. S. Jorge, and J. Viegas, "Fabrication of Fresnel plates on optical fibres by FIB milling for optical trapping, manipulation and detection of single cells," *Sci. Rep.*, vol. 7, no. 1, p. 4485, Dec. 2017.
- [7] H. D. Hristov and M. H. A. J. Herben, "Millimeter-Wave Fresnel-Zone Plate Lens and Antenna," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 43, no. 12, pp. 2779–2785, 1995.
- [8] D. C. Calvo, A. L. Thangawng, M. Nicholas, and C. N. Layman, "Thin Fresnel zone plate lenses for focusing underwater sound," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 107, no. 1, p. 014103, Jul. 2015.
- [9] J. Fuster, P. Candelas, S. Castiñeira-Ibáñez, S. Pérez-López, and C. Rubio, "Analysis of Fresnel Zone Plates Focusing Dependence on Operating Frequency," *Sensors*, vol. 17, no. 12, p. 2809, Dec. 2017.
- [10] J. L. Soret, "Ueber die durch Kreisgitter erzeugten Diffractionsphänomene," *Ann. der Phys. und Chemie*, vol. 232, no. 9, pp. 99–113, 1875.
- [11] Lord Rayleigh, *Wave Theory*, vol. 24. 1888.
- [12] J. Kirz, "Phase zone plates for x rays and the extreme uv," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 64, no. 3, p. 301, Mar. 1974.
- [13] J. E. Kennedy et al., "High-intensity focused ultrasound for the treatment of liver tumours," *Ultrasonics*, vol. 42, no. 1–9, pp. 931–935, Apr. 2004.
- [14] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company Publishers, 2005.
- [15] S. Pérez-lópez, D. Tarrazó-serrano, J. M. Fuster, P. Candelas, and C. Rubio, "FZP Design Considering Spherical Wave Incidence," in *ICU 2018, 2018*, vol. 12, no. 6, pp. 279–283.





## FIA 2018

**XI Congreso Iberoamericano de Acústica; X Congreso Ibérico de Acústica; 49º Congreso Español de Acústica -TECNIACUSTICA'18-  
24 al 26 de octubre**

[16] S. Pérez-López, J. M. Fuster, P. Candelas, C. Rubio, and F. Belmar, "On the use of phase correction rings on Fresnel zone plates with ultrasound piston emitters," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 112, no. 26, p. 264102, Jun. 2018.

[17] D. Tarrazó-Serrano, P. Candelas, J. M. Fuster, and S. Pérez-López, "Sistema de posicionamiento y adquisición de datos de alta precisión para ultrasonidos en inmersión controlada," in *Tecniacústica*, 2017, pp. 1329–1336.