

ESTUDIO NUMÉRICO DE ULTRASONIDOS DE BAJA FRECUENCIA GENERADOS NO LINEALMENTE EN LÍQUIDOS CON BURBUJAS A PARTIR DE UN CAMPO FOCALIZADO

PACS: 43.25.Yw

María Teresa Tejedor Sastre; Christian Vanhille
Universidad Rey Juan Carlos
Tulipán s/n.28933 Móstoles, Madrid
Móstoles, Madrid
España
914884585
mariateresa.tejedor@urjc.es, christian.vanhille@urjc.es

Palabras Clave: focalización ultrasonidos, líquidos con burbujas, no linealidad, frecuencia diferencia

ABSTRACT

The objective of this work is to study the behavior of ultrasonic waves of finite amplitude in bubbly liquids in open domains. To this end we have developed a numerical tool that allows us to simulate the interaction between the acoustic field and the bubble oscillations in an open domain excited by a spherical transducer. The high nonlinearity of these media allows us to study the propagation of the difference frequency generated from two others of higher frequencies. The authors acknowledge the support of the Ministry of Economy and Competitiveness of Spain (DPI2012-34613, BES-2013-064399)

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento de ondas ultrasónicas de amplitud finita en líquidos con burbujas en dominios abiertos. Para este fin hemos desarrollado una herramienta numérica que nos permite simular la interacción del campo ultrasónico y de las oscilaciones de las burbujas en un dominio abierto excitado mediante un transductor esférico. La alta no linealidad de estos medios nos permite estudiar la propagación de la frecuencia diferencia generada a partir de otras dos de mayor frecuencia. Los autores agradecen el apoyo del Ministerio de Economía y Competitividad de España (DPI2012-34613, BES-2013-064399).

1. INTRODUCCIÓN

Los ultrasonidos focalizados han sido estudiados y utilizados desde hace varias décadas [1]. La aplicación más importante es el HIFU (ultrasonido focalizado de alta intensidad) que consiste en una emisión ultrasónica de alta intensidad capaz de concentrar su energía en las estructuras en profundidad seleccionadas (foco), sin afectar a otras zonas.

Los líquidos con burbujas son medios muy interesantes ya que aun teniendo una muy pequeña fracción de volumen de burbujas (del orden 0,001%) se modifican sustancialmente las propiedades acústicas del medio. Así cuando una onda acústica se propaga por este tipo de medios, la velocidad de propagación, atenuación, compresibilidad y no linealidad resultan muy afectadas [2]. La no linealidad es la causa de algunos de los fenómenos que aparecen y que tienen muchas y muy diversas aplicaciones, por ejemplo la generación de armónicos, que puede ser usado para generar imágenes médicas [3]. La mezcla de frecuencias es otra consecuencia de la elevada no linealidad de este tipo de medios, en particular la frecuencia diferencia puede ser usada en detección y caracterización de burbujas [4-6] o en comunicaciones subacuáticas debido a su baja atenuación y buena direccionalidad [7-9].

Varios estudios han sido llevados a cabo sobre los efectos de las burbujas sobre un campo focalizado dando como resultado una mejora en los resultados, en los efectos térmicos, el control espacial del foco o la cavitación [10,11].

Para mejorar la eficiencia de los tratamientos por HIFU se han hecho estudios sobre la mezcla de frecuencias. Se han encontrado mejores resultados cuando se trabaja con varias frecuencias debido a que la cavitación es más eficiente cuando se genera una baja frecuencia (frecuencia diferencia) [12].

En este contexto parece interesante ver como se propaga la frecuencia diferencia generada a partir de otras dos de mayor frecuencia cuando se trabaja con ultrasonidos focalizados de amplitud finita en medios con burbujas. Para ello se ha desarrollado una herramienta numérica basada en el método de los volúmenes finitos y de las diferencias finitas que nos permite obtener presión y variación de volumen de las burbujas en cada instante de tiempo. En primer lugar se muestra el modelo físico-matemático usado, a continuación el modelo numérico que nos permite obtener interesantes resultados. Los resultados muestran la capacidad que tiene la frecuencia generada paramétricamente (a partir de otras dos de mayor frecuencia) para llegar a zonas profundas.

2. MODELO

2.1 PROBLEMA FÍSICO- MATEMÁTICO

Se considera una cavidad cilíndrica de longitud L llena de una mezcla de agua y burbujas de aire. Se supone que las burbujas son iguales, esféricas y tienen una densidad constante en el líquido. El sistema es excitado mediante un transductor esférico de radio R y radio de apertura $R/2$. Se asume simetría en torno al eje z en el espacio tridimensional (x, y, z) que nos permite reducir el problema tridimensional a uno bidimensional en coordenadas cilíndricas (r, z) . La interacción mutua entre la presión acústica $p(r, z, t)$ y la variación de volumen $v(r, z, t) = V(r, z, t) - v_{og}$ experimentada por las burbujas con respecto a su volumen inicial $v_{og} = 4/3 \pi R_{og}^3$, viene descrita mediante la ecuación de ondas Ec. (1) y una ecuación de Rayleigh-Plesset, Ec. (2):

$$\nabla^2 p - \frac{p_{tt}}{c_{0l}^2} = -\rho_{0l} N_g v_{tt}, \quad 0 < r < R/2, \quad R - \sqrt{R^2 - r^2} < z < L, \quad 0 < t < T_1, \quad (1)$$

$$v_{tt} + \delta\omega_{0g}v_t + \omega_{0g}^2v + \eta p = av^2 + b(2vv_{tt} + (v_t)^2), \quad (2)$$

$$0 < r < R/2, R - \sqrt{R^2 - r^2} < z < L, 0 < t < T_t,$$

donde el subíndice t indica la derivación respecto al tiempo y ∇^2 es el Laplaciano. c_{0l} , ρ_{0l} , c_{0g} , y ρ_{0g} son la velocidad del sonido y la densidad en el líquido y en el gas respectivamente en el estado de equilibrio. N_g es la densidad de burbujas constante en toda la cavidad. $\delta = 4\nu_l / (\omega_{0g}R_{0g}^2)$ es el coeficiente de viscosidad del medio, donde ν_l es la viscosidad cinemática del líquido, $\omega_{0g} = \sqrt{3\gamma_g p_{0g} / \rho_{0l} R_{0g}^2}$ es la frecuencia de resonancia de las burbujas, donde γ_g es la razón de los coeficientes específicos del gas, $p_{0g} = \rho_{0g} c_{0g}^2 / \gamma_g$ es la presión atmosférica del gas. Los parámetros $\eta = 4\pi R_{0g} / \rho_{0l}$, $a = (\gamma_g + 1)\omega_{0g}^2 / (2\nu_{0g})$ y $b = 1 / (6\nu_{0g})$ son constantes. El experimento dura un tiempo total T_t . Suponemos que se parte de un estado de reposo al inicio del experimento:

$$p(r, z, 0) = 0, v(r, z, 0) = 0, p_t(r, z, 0) = 0, v_t(r, z, 0) = 0, \quad (3)$$

$$0 < r < R/2, R - \sqrt{R^2 - r^2} < z < L, 0 < t < T_t.$$

Usamos la condición de simetría axial para pasar de un sistema tridimensional a uno bidimensional, donde el subíndice r indica la diferenciación con respecto a la coordenada r:

$$p_r(0, z, t) = 0, R - \sqrt{R^2 - r^2} < z < L, 0 < t < T_t. \quad (4)$$

Se considera que la fuente esférica $f(t)$ está situada en la parte inferior de la cavidad (Fig. 1).

$$p(r, R - \sqrt{R^2 - r^2}, t) = f(t), 0 < r < R/2, 0 \leq t \leq T_t. \quad (5)$$

Imponemos condiciones de campo abierto en el resto de contornos de la cavidad, donde el subíndice z indica la derivación con respecto a la coordenada z.

$$p_r(R/2, z, t) = -\frac{1}{c_{0l}^2} p_t(R/2, z, t) = 0, R(1 - \sqrt{3}/2) < z < L, 0 \leq t \leq T_t, \quad (6)$$

$$p_z(r, L, t) = -\frac{1}{c_{0l}^2} p_t(r, L, t) = 0, 0 < r < R/2, 0 \leq t \leq T_t. \quad (7)$$

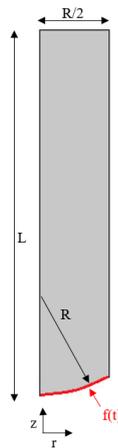


Figura 1: Representación de la geometría que define la axi-simetría.

2.2 MODELO NUMÉRICO

Hemos desarrollado un modelo numérico para resolver el sistema acoplado no lineal formado por las Ecs. (1,2). El modelo se basa en el método de los volúmenes finitos en las dimensiones espaciales y en el método de las diferencias finitas en el dominio temporal. Para hacer estas aproximaciones se divide el espacio total $R/2 \times L$ en $N \times 10N$ volúmenes de tamaño $h \times h$. Se denota cada volumen espacial con los subíndices (i,j) . Se integra cada una de las ecuaciones en cada uno de los volúmenes asumiendo una relación lineal con los volúmenes adyacentes. Se divide el tiempo total T_t en $R-1$ intervalos de duración τ . Cada punto temporal es denotado con el subíndice k . Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones para cualquier volumen y cualquier tiempo (i,j,k) .

$$\frac{h^3 A}{c_{0l}^2} p_{i,j,k+1} - \rho_{0l} N_g h^3 A v_{i,j,k+1} = \tau^2 h (i p_{i+1,j,k} + (i-1) p_{i-1,j,k}) + \tau^2 h A (p_{i,j+1,k} + p_{i,j-1,k}) + \frac{h^3 A}{c_{0l}^2} p_{i,j,k-1} + \rho_{0l} N_g A h^3 (-2v_{i,j,k} + v_{i,j,k-1}) + p_{i,j,k} \left((1-2i)\tau^2 h - 2\tau^2 h A + \frac{2Ah^3}{c_{0l}^2} \right), \quad (8)$$

$$(2bv_{i,j,k} - 1)v_{i,j,k+1} = (-2 + \delta\tau\omega_{0g} + \tau^2\omega_{0g}^2 - \tau^2 a v_{i,j,k} + 3bv_{i,j,k})v_{i,j,k} + (1 - \delta\tau\omega_{0g} - bv_{i,j,k-1})v_{i,j,k-1} + \eta\tau^2 p_{i,j,k}, \quad (9)$$

donde $A = (2i-1)/2$. Este sistema de ecuaciones discretizadas considerando las particularidades en los extremos de la cavidad y en el eje de simetría permite obtener un sistema determinado de ecuaciones algebraicas que se puede resolver en todos los volúmenes e instantes. Así tenemos los valores de presión y variación de volumen en cada volumen de la geometría y en cada punto temporal. Este desarrollo numérico está basado en un trabajo previo desarrollado en varias dimensiones [13].

3. RESULTADOS

Se consideran los siguientes datos: $c_{0l} = 1500 \text{ m/s}$, $c_{0g} = 340 \text{ m/s}$, $\rho_{0l} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{0g} = 1,29 \text{ kg/m}^3$. La viscosidad cinemática del líquido se considera $\nu_l = 1,43 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y el coeficiente adiabático $\gamma_g = 1,4$. Se consideran burbujas de radio $R_{0g} = 2,5 \times 10^{-6} \text{ m}$ con una densidad de burbujas en todo el dominio de $N_g = 5 \times 10^{11} \text{ m}^{-3}$. El radio del transductor esférico es $R = 0,04 \text{ m}$ y el radio de apertura $R/2 = 0,02 \text{ m}$ y la longitud $L = 0,2 \text{ m}$. Se toman $N = 100$ por tanto $N \times 10N = 100 \times 1000$ volúmenes de control. Se considera una fuente continua de presión $f(t) = p_0 \sin(\omega_1 t) + p_0 \sin(\omega_2 t)$ de amplitud p_0 y frecuencias $\omega_1 = 2\pi f_1$ y $\omega_2 = 2\pi f_2$. El tiempo total que dura el experimento es $T_t = 45T_d$ donde $T_d = 1/f_d$ es el periodo de la frecuencia diferencia $f_d = f_2 - f_1$. Las frecuencias son establecidas como $f_1 = 570 \text{ kHz}$ y $f_2 = 770 \text{ kHz}$, alrededor del pico de no linealidad que se corresponde con 673 kHz [2]. En la Figura 2 se muestra como es el campo de presiones en todo el dominio en el último instante para una amplitud en la fuente de $p_0 = 5 \text{ kPa}$. Como se puede observar existe un foco bien diferenciado en torno al centro de curvatura del transductor con valores de amplitudes que llegan a $p_{\max} = 36,9 \text{ kPa}$ (738% respecto a p_0), una vez producida la focalización se observa como las ondas se atenúan a corta distancia.

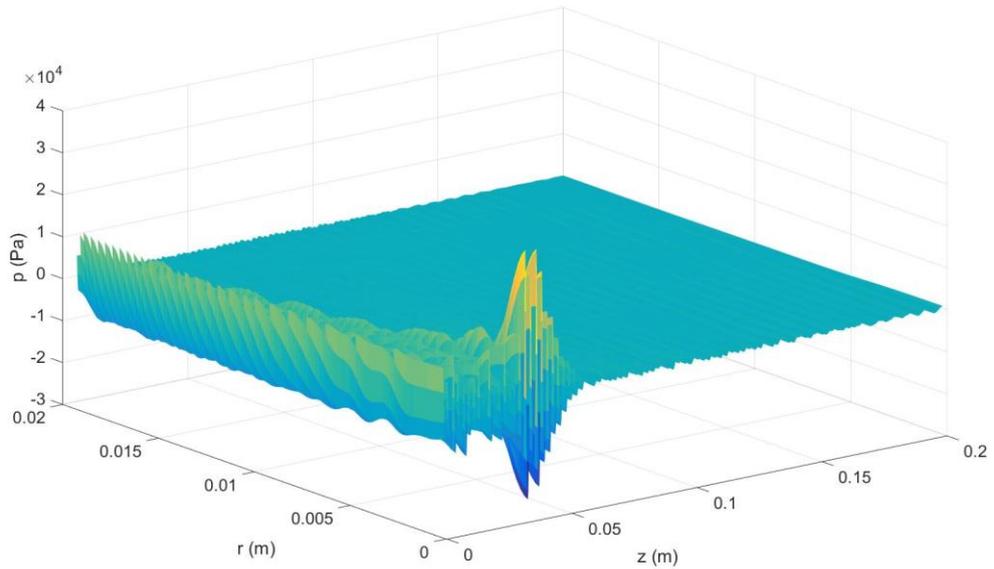


Figura 2: Campo de presiones en el último instante $t = T_t$

En las Figuras 3 y 4 se muestra cómo se comportan las dos frecuencias de la fuente, tras efectuar la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Como se puede observar las dos frecuencias de la fuente se atenúan rápidamente. La frecuencia mayor, f_2 , se atenúa más rápidamente y alcanza una menor amplitud; para ella la atenuación es mucho mayor $\alpha_{f_2} = 82,03 \text{ m}^{-1}$ que para f_1 , es $\alpha_{f_1} = 31,57 \text{ m}^{-1}$.

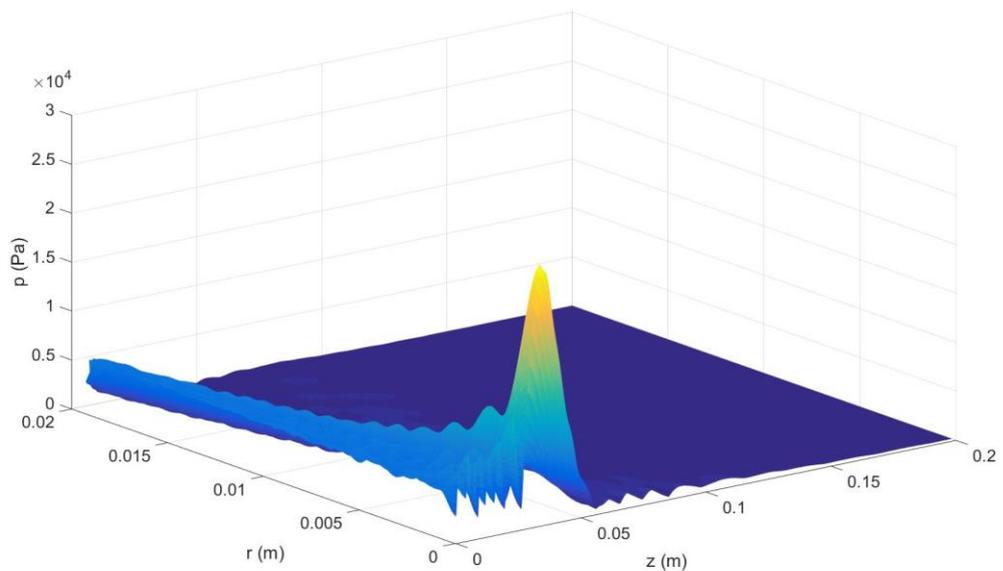


Figura 3: Distribución de la frecuencia f_1 en toda la cavidad tras aplicar la FFT.

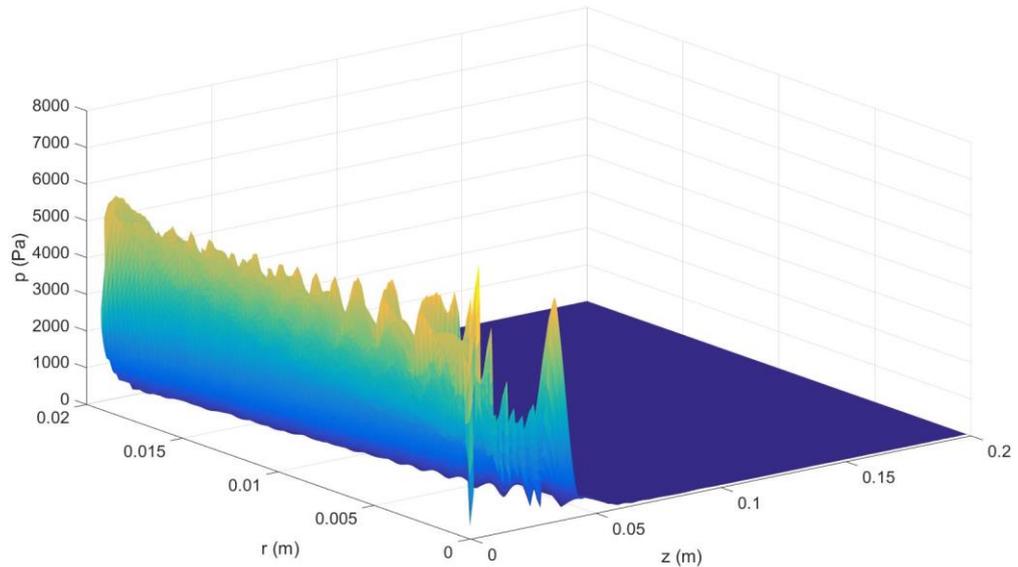


Figura 4: Distribución de la frecuencia f_2 en toda la cavidad tras aplicar la FFT.

En la Figura 5 se muestra cómo se comporta la frecuencia diferencia después de aplicar la FFT. Como se puede observar esta frecuencia una vez generada se atenúa mucho menos, permanece a más distancia. Además se observa que tiene una buena amplitud $p_{\max} = 1,45 \text{ kPa}$ (29% respecto a p_0). La comparación de las amplitudes de estas frecuencias en el eje del sistema, como se puede ver en la Figura 6, corrobora el hecho de que cuando las dos frecuencias de la fuente se han atenuado la frecuencia diferencia permanece con la distancia.

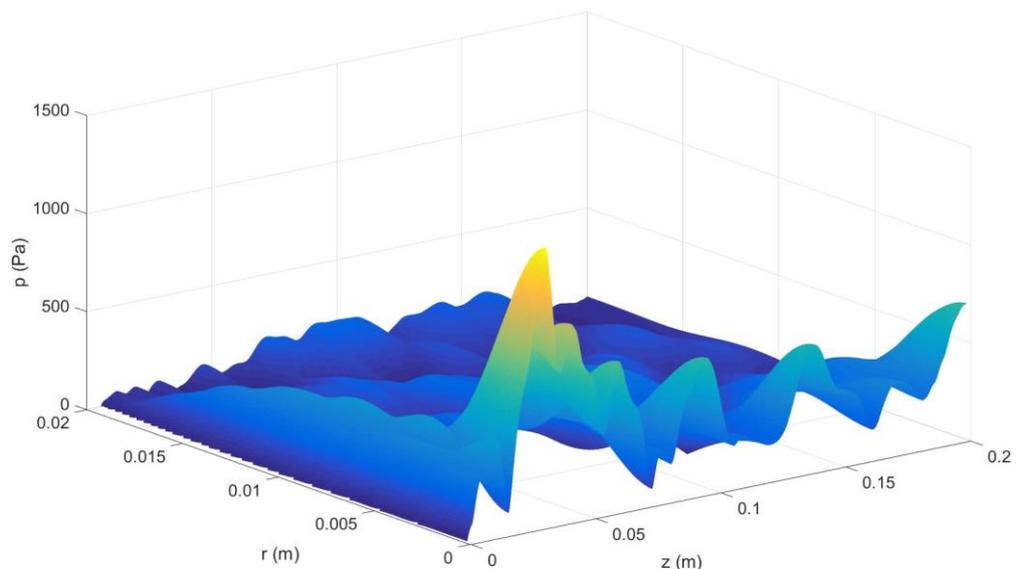


Figura 5: Distribución de la frecuencia diferencia f_d en todo el dominio tras aplicar la FFT.

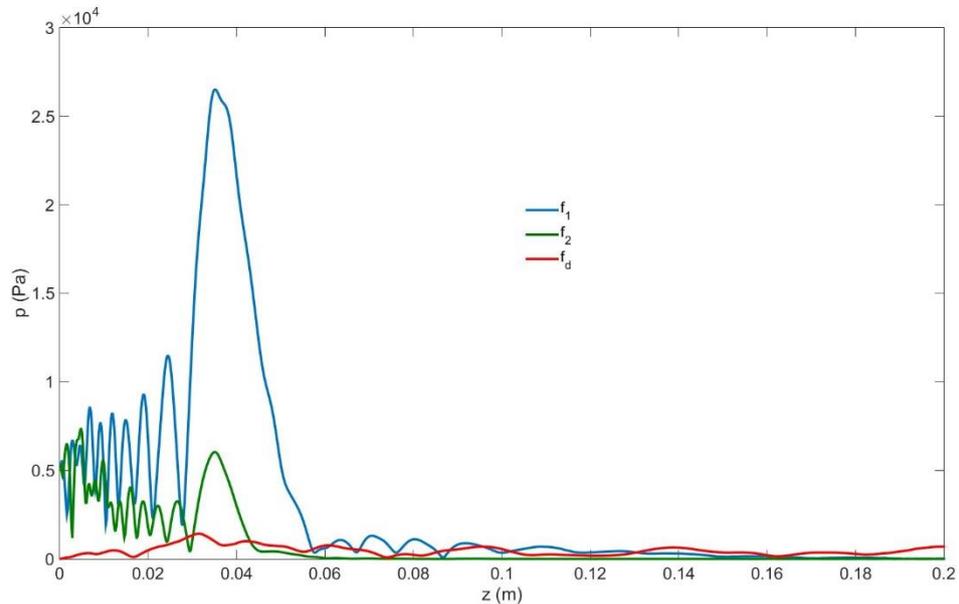


Figura 6: Distribución de la frecuencias f_1 , f_2 y f_d en el eje tras aplicar la FFT.

REFERENCIAS

1. J. G. Lynn, T. J. Putnam, Histology of Cerebral Lesions Produced by Focused Ultrasound, *Am. J. Pathol.*, 20(3), (1944). 637–649.
2. M. F Hamilton, M. F., D. T Blackstock (Eds.), *Nonlinear Acoustics*, Academic Press, San Diego, (1998).
3. T. S. Desser, R. B. Jeffrey, Tissue Harmonic Imaging Techniques: Physical Principles and Clinical Applications, *Semin. Ultrasound CT MR*, 22 (2001) 1-10.
4. J. C. Buckey, D. A. Knaus, D. L. Alvarenga, M. A. Kenton, P. J. Magari, Dual-frequency ultrasound for detecting and sizing bubbles, *Acta Astronaut.* 56 (2005) 1041-1047.
5. M. Cavaro, C. Payan, J. Moysan, F. Baqué, Microbubble cloud characterization by nonlinear frequency mixing, *J. Acoust. Soc. Am.* 129 (2011) 179-183.
6. V. L. Newhouse, P. M. Shankar, Bubble size measurement using the nonlinear mixing of two frequencies, *J. Acoust. Soc. Am.* 75 (1984) 1473-1477.
7. B. N. Kim, S. W. Yoon, Nonlinear parameter estimation in water-saturated sandy sediment with difference frequency acoustic wave, *Ultrasonics* 49 (2009) 438-445.
8. P. J. Westervelt, Parametric acoustic array, *J. Acoust. Soc. Am.* 35 (1963) 535-537.
9. D. N. Sinha, C. Pantea, Broadband unidirectional ultrasound propagation using sonic crystal and nonlinear medium, *Emerg. Mater. Res.*, 2 (2013) 117-126.
10. K. Kajiyama, K. Yoshinaka, S. Takagi, Y. Matsumoto, Micro-bubble enhanced HIFU, *Phys. Procedia*, 3(1), (2010), 305-314.
11. S. H. R. Hosseini, X. Zheng, S. Vaezy, Effects of gas pockets on high-intensity focused ultrasound field, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* vol. 58(6) (2011) 1203-1210.
12. Pei Z. He, Rong M. Xia, Shi M. Duan, Wen D. Shou, De C. Qian, The affection on the tissue lesions of difference frequency in dual-frequency high-intensity focused ultrasound (HIFU), *Ultrason. Sonochem.* 13(4) (2006) 339-344.



**48º CONGRESO ESPAÑOL DE ACÚSTICA
ENCUENTRO IBÉRICO DE ACÚSTICA
EUROPEAN SYMPOSIUM ON UNDERWATER ACOUSTICS
APPLICATIONS
EUROPEAN SYMPOSIUM ON SUSTAINABLE BUILDING
ACOUSTICS**

13. M.T. Tejedor Sastre, C. Vanhille, Numerical models for the study of the nonlinear frequency mixing in two and three-dimensional resonant cavities filled with a bubbly liquid, *Ultrason. Sonochem.* 39 (2017) 597–610.