

SENSORES DISTRIBUIDOS PARA EL DESPLAZAMIENTO VOLUMICO DE UNA PLACA DELGADA EN SOPORTE SIMPLE

PACS: 43.40.Vn

Cobo, Pedro; Cuesta, María
Instituto de Acústica. CSIC.
Serrano 144
28006 Madrid. España
Tel: 915 618 806
Fax: 914 117 651
E-mail: iacpc24@ia.cetef.csic.es; iaccr52@ia.cetef.csic.es

ABSTRACT

The aim of this paper is to design a distributed sensor for the volume displacement of a simply supported thin plate. Starting from the modal shapes of the plate, the procedure provides the shape function of two perpendicular strips of PVDF film. The sum of the output charges of the two PVDF strips affords the volume displacement of the plate in low frequency (below 500 Hz). This distributed sensor will be used as error sensor in an Active Structural Acoustic Control (ASAC) system. Distributed sensors allow to include modal filtering within their shape functions.

RESUMEN

En este trabajo ilustraremos el diseño de un sensor distribuido para el desplazamiento volúmico de una placa delgada en soporte simple. El diseño parte de las formas modales de la placa, y proporciona la forma geométrica de dos tiras delgadas de PVDF, en cruz, cuya salida sumada es el desplazamiento volúmico en una banda de frecuencias hasta 500 Hz. El desplazamiento volúmico proporcionado por este sensor será usado como señal de error para un sistema de Control Activo Acústico Estructural (CAAE). La gran ventaja de los sensores distribuidos, frente a los sensores puntuales (por ejemplo, acelerómetros) es que permiten integrar el filtrado modal en su forma geométrica.

INTRODUCCION

La diferencia fundamental entre el Control Activo del Ruido (CAR) y el Control Activo Acústico Estructural (CAAE) reside en el tipo de sensores y actuadores empleados. En CAR se usan altavoces como actuadores y micrófonos como sensores de error. Siempre que sea posible, en CAAE se deben usar actuadores estructurales, por ejemplo cerámicas piezoeléctricas, manteniendo los micrófonos como sensores de error. De este modo, el controlador trata de minimizar la información de los sensores acústicos (la potencia acústica radiada, por ejemplo) actuando directamente sobre la vibración estructural responsable de esta radiación.

En algunas aplicaciones interesa integrar en la misma estructura tanto los actuadores como los sensores. En este caso es necesario usar sensores estructurales. Los sensores estructurales

miden el desplazamiento, la velocidad, o la aceleración de la superficie que vibra, y se usan generalmente para el Control Activo de las Vibraciones (CAV).

Surge entonces la cuestión: ¿Se pueden usar sensores y actuadores estructurales para el CAAE?. En otras palabras, puede un controlador actuar sobre la radiación acústica de una superficie a partir de la información proporcionada por sensores estructurales adheridos a la misma?. La respuesta es afirmativa. Pero a diferencia de los sistemas CAR o CAV, donde los sensores acústicos o estructurales, respectivamente, se conectan directamente al controlador, en los sistemas CAAE es necesario “filtrar” convenientemente la información de los sensores antes de introducirla al controlador (Johnson y Elliott, 1995). Este “filtro” intercalado entre los sensores estructurales y el controlador es distinto dependiendo de que los sensores sean puntuales o distribuidos (Cobo, 2000). De hecho, en el caso de sensores puntuales, el filtro consiste en un “front-end” que hace unas determinadas operaciones numéricas, mientras que en el caso de sensores distribuidos, la operación de filtrado está implícita en su forma geométrica (Charette et al., 1998; Tanaka et al., 1996). El objetivo de este trabajo es ilustrar el diseño de un sensor distribuido para el desplazamiento volúmico de una placa delgada en soporte simple.

METODOS

Partimos pues de la ecuación para el desplazamiento vertical de una placa delgada de dimensiones (a, b, t_p) , en soporte simple

$$w(x, y, f) = \sum_{i=1}^I W_i(f) \mathbf{y}_i(x, y) \quad (1)$$

con las formas modales dadas por

$$\mathbf{y}_i(x, y) = \sin\left(\frac{m_i \mathbf{p} x}{a}\right) \sin\left(\frac{n_i \mathbf{p} y}{b}\right) \quad (2)$$

y W_i las amplitudes modales. El desplazamiento volúmico será

$$\begin{aligned} D(f) &= \int_0^a \int_0^b w(x, y, f) dx dy = \sum_{i=1}^I W_i(f) \int_0^a \sin\left(\frac{m_i \mathbf{p} x}{a}\right) dx \int_0^b \sin\left(\frac{n_i \mathbf{p} y}{b}\right) dy \\ &= ab \sum_{i=1}^I W_i(f) \left[\frac{\cos(m_i \mathbf{p}) - 1}{m_i \mathbf{p}} \right] \left[\frac{\cos(n_i \mathbf{p}) - 1}{n_i \mathbf{p}} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Nótese que sólo los modos normales con ambos índices modales impares, es decir, los modos (impar, impar), contribuyen al desplazamiento volúmico.

El objetivo es diseñar un sensor distribuido, en forma de dos tiras cruzadas de PVDF, de tal modo que su salida sea proporcional al desplazamiento volúmico de la placa. De acuerdo con Lee y Moon (1990)

$$q = - \left(\frac{t_p + t_f}{2} \right) \int_0^a \int_0^b \left(e_{31} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) F(x, y) dx dy \quad (4)$$

donde t_f es el espesor del PVDF, e_{31} y e_{32} son sus coeficientes de tensión piezoeléctrica, y $F(x, y)$ es la función de forma del sensor. De la Ec. (1)

$$q = \left(\frac{t_p + t_f}{2} \right) \sum_{i=1}^I W_i(f) \left[e_{31} \left(\frac{m_i \mathbf{p}}{a} \right)^2 + e_{32} \left(\frac{n_i \mathbf{p}}{b} \right)^2 \right] \int_0^a \int_0^b \mathbf{y}_i(x, y) F(x, y) dx dy$$

Si consideramos ahora, como Charette et al. (1998), que el sensor está compuesto por dos tiras cruzadas, una a lo largo del eje x , en $y=y_{ct}$, con anchura $2\mathbf{m}_x$ y función de forma $F_x(x)$, y otra a lo largo del eje y , en $x=x_{ct}$, con anchura $2\mathbf{m}_y$ y función de forma $F_y(y)$, entonces

$$q = q_x + q_y \quad (5a)$$

con

$$q_x = \left(\frac{t_p + t_f}{2} \right) \sum_{i=1}^I W_i(f) \left[e_{31} \left(\frac{m_i \mathbf{p}}{a} \right)^2 + e_{32} \left(\frac{n_i \mathbf{p}}{b} \right)^2 \right] \int_0^{y_{ct} + m_x F_x} \int_{y_{ct} - m_x F_x} \mathbf{y}_i(x, y) dx dy \quad (5b)$$

$$q_y = \left(\frac{t_p + t_f}{2} \right) \sum_{i=1}^I W_i(f) \left[e_{32} \left(\frac{m_i \mathbf{p}}{a} \right)^2 + e_{31} \left(\frac{n_i \mathbf{p}}{b} \right)^2 \right] \int_0^{x_{ct} + m_y F_y} \int_{x_{ct} - m_y F_y} \mathbf{y}_i(x, y) dx dy \quad (5c)$$

Asumiendo que

$$\sin \left(\frac{n_i \mathbf{m}_x}{b} F_x \right) \approx \frac{n_i \mathbf{m}_x}{b} F_x \quad \text{siempre que} \quad \frac{n_i \mathbf{m}_x}{b} \ll 1 \quad (6a)$$

$$\sin \left(\frac{m_i \mathbf{m}_y}{a} F_y \right) \approx \frac{m_i \mathbf{m}_y}{a} F_y \quad \text{siempre que} \quad \frac{m_i \mathbf{m}_y}{a} \ll 1 \quad (6b)$$

definiendo las funciones de forma

$$F_x(x) = \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_{(2r-1)} \sin \left(\frac{(2r-1)\mathbf{p}x}{a} \right) \quad (7a)$$

$$F_y(y) = \sum_{s=1}^S \mathbf{b}_{(2s-1)} \sin \left(\frac{(2s-1)\mathbf{p}y}{b} \right) \quad (7b)$$

y considerando que $e_{31}=e_{32}$ (PVDF mono-orientado), las expresiones resultantes para q_x y q_y serán

$$q_x = \sum_{i=1}^I W_i(f) A_i \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_{(2r-1)} \mathbf{d}_{m_i, (2r-1)} \quad (8a)$$

y

$$q_y = \sum_{i=1}^I W_i(f) B_i \sum_{s=1}^S \mathbf{b}_{(2s-1)} \mathbf{d}_{n_i, (2s-1)} \quad (8b)$$

donde

$$A_i = a e_{31} \mathbf{m}_x \left(\frac{t_p + t_f}{2} \right) \left[\left(\frac{m_i \mathbf{p}}{a} \right)^2 + \left(\frac{n_i \mathbf{p}}{b} \right)^2 \right] \sin \left(\frac{n_i \mathbf{p} y_{ct}}{b} \right) \quad (9a)$$

y

$$B_i = b e_{31} \mathbf{m}_y \left(\frac{t_p + t_f}{2} \right) \left[\left(\frac{m_i \mathbf{p}}{a} \right)^2 + \left(\frac{n_i \mathbf{p}}{b} \right)^2 \right] \sin \left(\frac{m_i \mathbf{p} x_{ct}}{a} \right) \quad (9b)$$

y \mathbf{d} es la función de Kronecker. Igualando las Ecs. (3) y (8a)+(8b) para el desplazamiento volumico y para la salida del sensor distribuido, obtenemos el sistema de ecuaciones

$$A_i \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_{(2r-1)} \mathbf{d}_{m_i, (2r-1)} + B_i \sum_{s=1}^S \mathbf{b}_{(2s-1)} \mathbf{d}_{n_i, (2s-1)} = G \left[\frac{\cos(m_i \mathbf{p}) - 1}{m_i \mathbf{p}} \right] \left[\frac{\cos(n_i \mathbf{p}) - 1}{n_i \mathbf{p}} \right] \quad (10)$$

donde

$$G = \frac{2ab}{t_p + t_f}$$

La resolución del sistema de Ecs. (10) proporciona los coeficientes **a** y **b** de las funciones de forma del sensor distribuido.

RESULTADOS

Consideremos una placa de duraluminio con $a=0.51$ m, $b=0.31$ m, $t_p=2$ mm, densidad $\rho_p=2670$ kg/m³, módulo de Young $E_p=66.27$ GPa, módulo de Poisson $\nu=0.34$, y factor de pérdidas $h=0.005$. La Tabla 1 muestra los índices y frecuencias de los 10 primeros modos normales.

Tabla 1. Diez primeras frecuencias modales de la placa de duraluminio

Orden, i	(m _i , n _i)	Frecuencia (Hz)
1	(1,1)	68.5
2	(2,1)	123.8
3	(3,1)	216.2
4	(1,2)	218.4
5	(2,2)	273.9
6	(4,1)	345.5
7	(3,2)	366.2
8	(1,3)	468.4
9	(4,2)	495.5
10	(5,1)	511.7

El objetivo ahora es diseñar un sensor distribuido con dos tiras de PVDF en cruz, con $m_x=m_y=15$ mm, $e_{31}=e_{32}=0.016$ N/V m y $t_f=40$ μm. Como vemos en la Tabla 1 $\max\{m_i\}=5$, y $\max\{n_i\}=3$. Luego

$$\frac{\max\{m_i\} \mu_m}{a} = 0.462 \quad \text{y} \quad \frac{\max\{n_i\} \mu_m}{b} = 0.456$$

$\sin(0.462) \approx 0.446$, y $\sin(0.456) \approx 0.440$, y podemos asumir las condiciones de las Ecs. (6). La resolución de las Ecs. (10) proporciona las funciones de forma de los sensores en las direcciones de los ejes x e y que se muestran en la Figura 1. Como corresponde a las formas modales de una placa delgada en soporte simple, el sensor es simétrico respecto a su eje y se hace cero en los contornos de la placa. Nótese que existen cambios de polaridad en ambas tiras. Las tiras de PVDF se pegaron a la placa de duraluminio con cinta adhesiva de doble cara sensible a las vibraciones. Los electrodos se pegaron a ambos lados del PVDF usando cinta adhesiva conductora. Para minimizar el ruido eléctrico fue necesario conectar la placa de duraluminio a la tierra eléctrica del sistema de adquisición y análisis. La Figura 2 muestra las tiras de PVDF pegadas a cada uno de los lados de la placa. Es necesario resaltar la importancia de la ubicación de las tiras a lo largo de las líneas $a/2$ y $b/2$ de la placa. Como podemos ver en la Figura 3, basta un error de ubicación de 1 mm para que el sensor detecte otros modos pares indeseados. También se ha comprobado la influencia de las condiciones de

contorno en la salida del sensor. La Figura 4 muestra las curvas de respuesta en frecuencia teórica y experimental del sensor distribuido. La curva experimental fue medida con el sistema MLSSA, excitando la placa con un shaker LDS de la serie V200 en un punto de coordenadas (0.128 , 0.084). Como se puede observar, el sensor diseñado mide esencialmente los modos impares de la placa, aunque es menos selectivo que el sensor teórico.

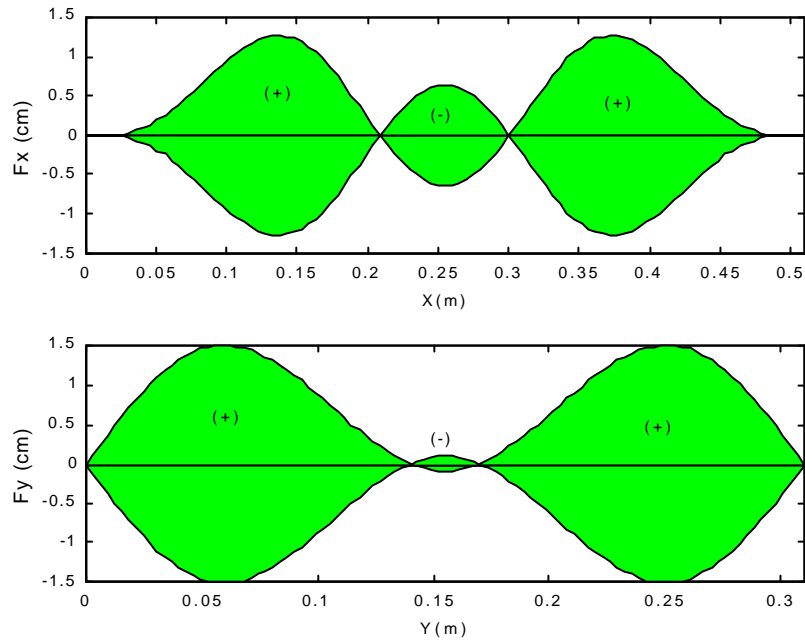


Figura 1. Formas de los sensores distribuidos en las direcciones de los ejes X e Y

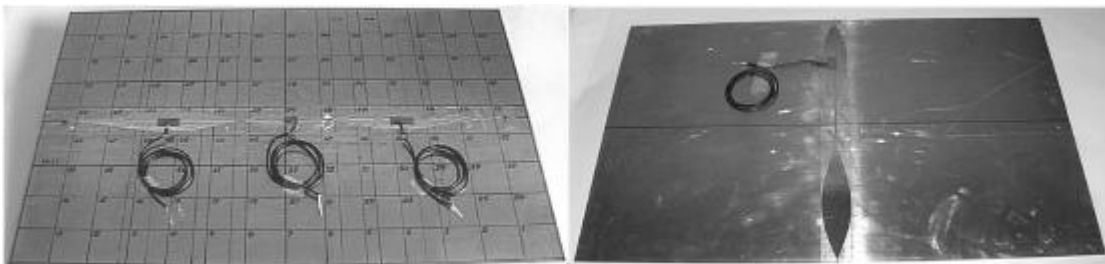


Figura 2. Vistas frontal y trasera de la placa mostrando las dos tiras que conforman el sensor diseñado

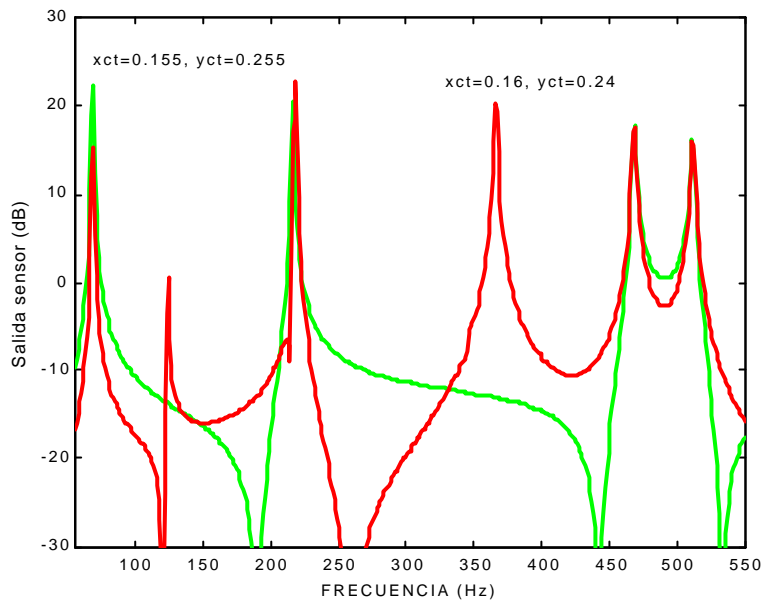


Figura 3. Salidas teóricas del sensor en dos posiciones de la placa

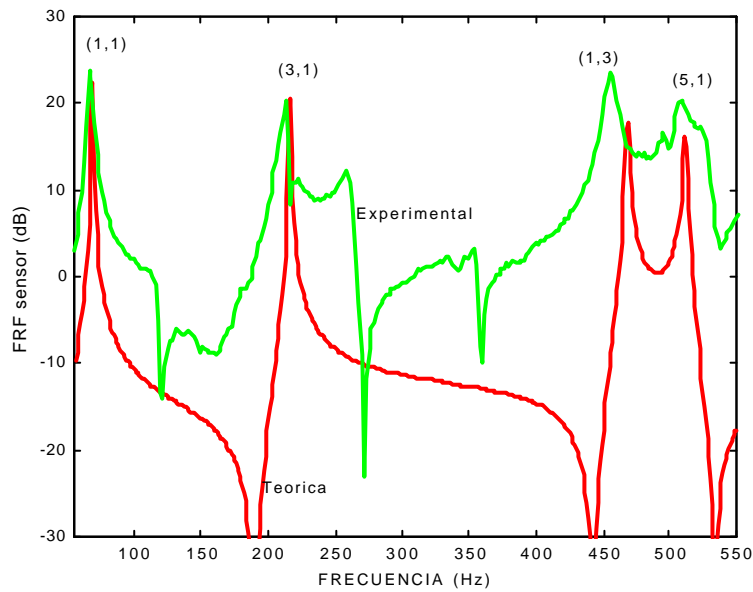


Figura 4. Salida teórica (rojo) y experimental (verde) del sensor distribuido diseñado

RESUMEN Y CONCLUSIONES

En algunas aplicaciones CAE interesa usar sensores y actuadores estructurales. Los sensores estructurales miden vibraciones, pero el sistema de control activo trata de cancelar el ruido radiado por la estructura que vibra. Por consiguiente, es necesario seleccionar aquellos modos estructurales que radian sonido más eficientemente (los modos radiantes). En este trabajo hemos presentado la metodología de diseño de sensores estructurales distribuidos para medir el desplazamiento volúmico de una placa delgada en soporte simple. A esta magnitud contribuyen, en baja frecuencia, los modos (impar,impar) que son, como es bien conocido, los que radian sonido al campo lejano.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido posible gracias al apoyo financiero de la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT), proyecto AMB99-1095-C02-01.

REFERENCIAS

- Charette, F., Berry, A., and Guigou, C., 1998. "Active control of sound radiation from a plate using a polyvinylidene fluoride volume displacement sensor". J. Acoust. Soc. Am., 103(3), 1493-1503.
- Cobo, P., 2000. "Sensores modales para el CAAE". Informe Nº 3, Proyecto AMB99-1095-C02-01.
- Johnson, M.E. and Elliott, S.J., 1995. "Active control of sound radiation using volume velocity cancellation". J. Acoust. Soc. Am., 98(4), 2174-2186.
- Lee, C.K. and Moon, F.C., 1990. "Modal sensors/actuators". J. Appl. Mech., 57, 434-441.
- Tanaka, N., Snyder, S.D., and Hansen, C.H., 1996. "Distributed parameter modal filtering using smart sensors". J. Vib. Acoust. 118, 630-640.