

ACÚSTICA 98

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONOS PARA EL ANALISIS ACÚSTICO DE GRANDES ESPACIOS

A. Corz Rodríguez; S. Carillo Aparicio,

Dpto. Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación. E.T.S. de Ing. Industriales de Málaga.

Plaza de El Ejido, s/n. 29013 Málaga. España. Tf.95-2131365. Fax:95-2132975.

E-mail: alcorz@uma.es; scarillo@uma.es

SUMMARY

The essential object of this paper is to show off the acoustic analysis system for large rooms developed for the room acoustic properties study, with the possibilities of changing the geometry and materials of the room to be able to reach the suitable results for each property. All the methods that have been designed until nowadays on wave propagation problems have been studied and compared to be able to implement the computer program. At the end the Ray Tracing Method was chosen for the programmed algorithms. With ACUSC 1.0 a software that shows us either the acoustic properties of the live room at the beginning of its design, or the possible variations we could make on these variables in a live room that is already made, have been obtained. We could also be able to obtain the reflectograms that the listeners will receive.

INTRODUCCIÓN

La acústica es una ciencia desarrollada desde tiempos de griegos y romanos siendo en esta época siempre en recintos abiertos. En el Renacimiento Italiano se pasa a recintos cerrados y por ello, aparecen los fenómenos de reflexión de ondas. Pero es en el s.XIX cuando se desarrollan las Teorías de propagación de ondas en medios continuos de Sabine, Rayleigh o Helmholtz. Hasta la mitad del s.XX, (desarrollo de la electrónica), la acústica no llega a ser una ciencia vinculada a la ingeniería. Existen, sin embargo, muchos fenómenos los cuales, debido a su compleja naturaleza, se tienen que estudiar por métodos experimentales, como el tiempo óptimo de reverberación. Por todo ello, no sorprende el que durante muchos años se creasen toda una serie de mitos para explicar estos "misterios", transmitiéndose hasta nuestros días adornados mediante toda una serie de tópicos. Es por esto que se decidió desarrollar un método que nos permita obtener el tiempo óptimo de reverberación de una sala dependiendo de sus uso.

MÉTODOS DE ESTUDIO PARA LA PROPAGACIÓN DE ONDAS.

Para el estudio del campo acústico creado en un recinto por una fuente sonora se estudiaron previamente las siguientes teorías: *Estadística*, *Psicoacústica*, *Método de los Elementos Finitos*, el *Método de los Elementos de Contorno y Ondulatoria*. Decidimos usar para nuestro estudio la *Teoría Geométrica*; en la cual el campo sonoro se considera como una combinación de rayos construidos a partir de las leyes de la Acústica Geométrica; la propagación de la onda desde el emisor se identifica con el movimiento a lo largo de rayos con trayectorias perpendiculares al frente de onda, y en cada recorrido estos rayos siguen las leyes de reflexión. Mediante esta teoría se pueden determinar los puntos de incidencia de los rayos sobre las superficies límites del recinto, así como las pérdidas de energía debidas a la absorción sonora de los materiales que cubren las superficies. Dentro de ésta hay varios Métodos: El principio básico del *Met. de las Imágenes (MI)* (fig.1.a) es que el camino que sigue el rayo desde la fuente al oyente se calcula construyendo una imagen virtual de la fuente. Una fuente de orden i -ésimo representa un rayo que ha sufrido i reflexiones. Este método se usa más para condiciones de campo libre por sus largos tiempos de cálculo. En el *Método del Trazado de Rayos (MTR)* (fig1.b) se asume que la energía emitida por la fuente sonora es distribuida en una serie de rayos. La suma de la energía inicial de todos los rayos es igual al total de energía emitida por la fuente. El nivel de energía de cada rayo decrece por la absorción en las paredes. Cada rayo será chequeado para ver si cruza o no por el volumen que nos define al receptor. El MTR experimenta indeterminación acerca de cuantos rayos se deben emitir, que volumen usar para los receptores y que valores del umbral de energía aceptar. Por último, el *Mét. del Trazado de Conos (MTC)*

(fig.1.c) halla las fuentes imágenes visibles de manera eficiente, emitiendo un gran número de conos con sus vértices en la fuente. La propagación de los conos a través de la sala es guiada por la aplicación del algoritmo del trazado de rayos siendo éstos los ejes de los conos. Cuando un punto receptor coincide con una sección del cono la contribución de energía se calcula usando la divergencia esférica en el cono. Se aplica una función de peso a la sección transversal de cada cono, normalmente de forma gaussiana, y así, la superposición de los conos reconstruye la fuente original de ondas esféricas. Tiene un tiempo de cálculo aceptable, y gracias a la potencia de cálculo de los computadores se puede aplicar a muchos problemas de arquitectura, industria, transporte y acústica ambiental. El método que finalmente hemos implementado es una mezcla de estos dos últimos. Del MTR aprovecharemos su potencial para tratar los efectos de ondas, difusión, difracción y refracción; y del MTC consideraremos el problema de la divergencia esférica pero con la diferencia de usar una función de peso rectangular.

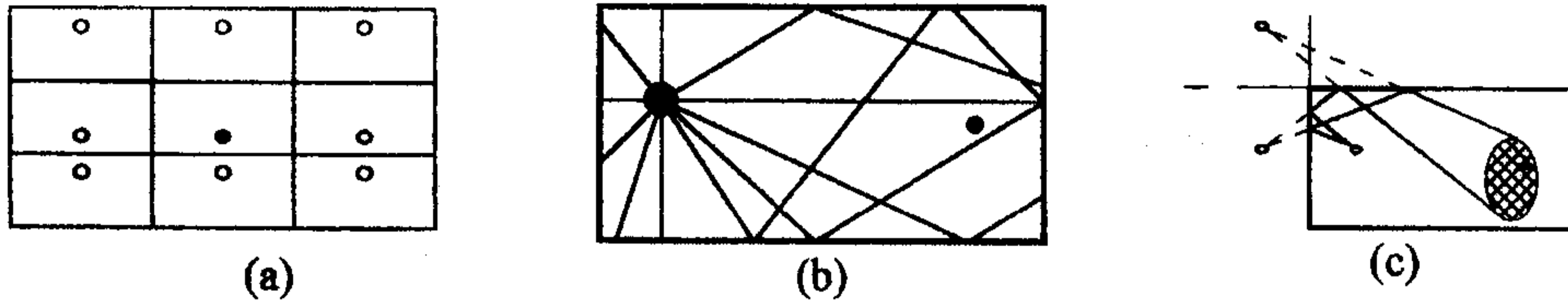


Figura 1. a) MI; b) MTR; c) MTC.

A) MÉTODO DE RAYOS.

Comenzamos con los resultados obtenidos de la ecuación eikonal, que surge en el análisis de la propagación de ondas en muchos problemas de física matemática; solucionaremos el análisis de la propagación de éstas considerando que el problema puede identificarse con el movimiento a lo largo de los rayos desde una curva de nivel a la siguiente siendo estos rayos las trayectorias perpendiculares al frente de onda, y precisamente a lo largo de estos rayos se propagará la energía emitida por la fuente.

En las demostraciones estudiadas llegamos a la conclusión que al tomar las direcciones que definen al rayo, de valor constante sobre éste, (sólo en el caso del medio homogéneo que nos ocupa) los rayos son líneas rectas. Para el problema a estudiar habrá que satisfacer la ecuación homogénea de Helmholtz dada por (1) y usando la solución asintótica (2) obtenemos la ec. eikonal (3) siendo p (4) la lentitud o retardo. Las ecuaciones de los rayos quedan definidas por la ec. (5)

$$\nabla^2 u + (\omega^2/c^2(x)) u = 0 \quad (1) \quad u(x; \omega) \approx \omega^\beta \cdot e^{i\omega \tau(x)} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j(x)}{(i\omega)^j} \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^3 p_j p_j = p^2 \quad (3) \quad p = 1/c; \quad p_j = \frac{\partial \tau}{\partial x_j} \quad j = 1,2,3. \quad (4)$$

$$\frac{dx_j}{d\sigma} = \lambda p_j, \quad \frac{dp_j}{d\sigma} = \lambda \frac{\partial p}{\partial x_j}, \quad j = 1,2,3; \quad \frac{\partial \tau}{\partial \sigma} = \lambda p^2 \quad (5)$$

donde las primeras seis ecuaciones representan los rayos del MTR y la séptima ecuación gobierna la propagación de τ sobre los rayos, siendo τ el tiempo de recorrido hasta el punto que se esté considerando y σ la longitud del arco recorrida por el rayo. Siguiendo el desarrollo, se introduce un elemento diferencial de superficie con τ cte (dS_1) y se considera el dominio D como un tubo de rayos entre este elemento diferencial de superficie y la intersección de esta familia de rayos con otra superficie de τ cte (dS_2), (fig.2.a); llegamos a la expresión para la amplitud (6) donde dS viene definido por (7). Los parámetros elementales de los rayos son $\gamma_1, \gamma_2, \sigma$ o τ y su significado varía según el tipo de fuente. De este modo, la diferencia entre estas dos superficies dS_1 y dS_2 sólo se presenta por las diferencias en el Jacobiano del trazado del camino de rayos (8) y, así, podremos escribir la ecuación (6) como (8).

$$A_0^2(\sigma_2) = A_0^2(\sigma_1) \frac{p(\sigma_1) dS_1}{p(\sigma_2) dS_2} \quad (6) \quad dS = \left| \hat{n} \cdot \frac{dx}{d\gamma_1} \times \frac{dx}{d\gamma_2} \right| d\gamma_1 d\gamma_2 \quad (7)$$

$$J(\sigma) = \left| \hat{n} \cdot \frac{dx}{d\gamma_1} \times \frac{dx}{d\gamma_2} \right| \quad (8) \quad A_0^2(\sigma) = A_0^2(\sigma_1) \frac{p(\sigma_1) J(\sigma_1)}{p(\sigma) J(\sigma)} \quad (9)$$

Ahora, para resolver las ecuaciones de rayos necesitamos determinar los elementos de J , para ello definimos 12 incógnitas que representan las derivadas parciales de x y p respecto a los parámetros del rayo γ_1 y γ_2 . Éstas deben satisfacer el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias siguiente:

$$\frac{dy_{jk}}{d\sigma} = \lambda z_{jk} + p_j \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} y_{ik}, \quad \frac{dz_{jk}}{d\sigma} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\lambda p \frac{\partial p}{\partial x_j} \right] y_{ik}, \quad j=1,2,3, \quad k=1,2. \quad (10)$$

Estas 12 ecs. se pueden añadir a las 7 originales para determinar los rayos y τ como resultado de un sistema de 19 ecs. dif. de 1^{er} orden que gobiernan la propagación. Eligiendo $\lambda = c^2 = 1/p^2$ la derivada de τ respecto a σ es igual a la unidad, (esta es la parametrización que obtuvimos como la única opción para la computación numérica de rayos, amplitud y fase). Así, tomamos el parámetro a lo largo del rayo como τ en vez de σ . En nuestro caso como el medio es homogéneo la velocidad de propagación de las ondas es constante, de valor c (velocidad del sonido), de forma que el vector lentitud p no varía según su dirección y el retardo $p=1/c$ también es constante. Con esto, las ecuaciones se reducen considerablemente. Estudiaremos una fuente puntual dada por (11) que proporcionará una onda emitida desde este punto. Comprobamos que al doblar la distancia amplitud y presión disminuyen a la mitad (fuente puntual); e intensidad y densidad de energía a un cuarto (fig.2.b).

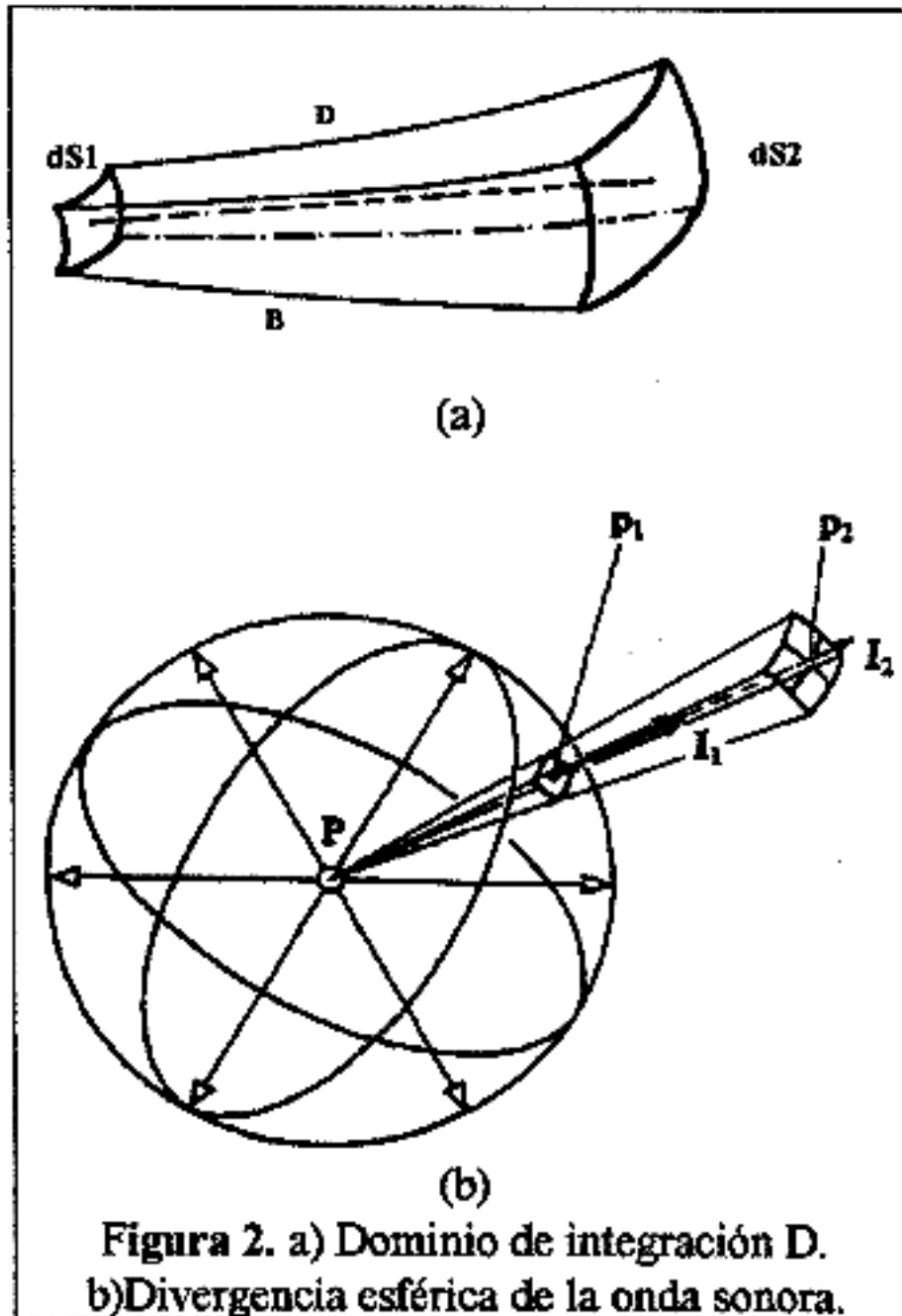


Figura 2. a) Dominio de integración D. b) Divergencia esférica de la onda sonora.

$$f(x, \omega) = -\delta(x - x_0) e^{i\omega\tau}. \quad (11)$$

$$e_k = \frac{P/c}{4\pi l_k^2} (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \dots (1 - \alpha_k) \quad (12)$$

b) PROGRAMACIÓN. Los algoritmos programados siguen los siguientes criterios: Propagación del sonido mediante rayos con trayectorias rectas al ser el medio homogéneo. La energía es transportada por los rayos, se dispersa por la divergencia esférica y se pierde por disipación en el aire y absorción por las paredes, viene dada por la ec. (12) (e_k energía de un rayo de orden k ; l_k distancia recorrida por el rayo; P potencia emitida; c velocidad de propagación; α coef. de absorción sonora). Los rayos siguen la *Ley de Snell* en los contornos del recinto: ángulo de incidencia igual al reflejado; y rayo incidente, reflejado y normal a la superficie se encuentran en el mismo plano. Puesto que en el análisis acústico de una sala es importante disponer de algún n° que nos caracterice el recinto de forma global y que sea indicativo de la calidad acústica de la sala, en el programa calcularemos el tiempo de reverberación siguiendo los criterios de Sabine. Definí la reverberación como la mayor o menor persistencia del sonido que se oye

en una sala después de que la fuente cese de emitir, estudió este fenómeno suponiendo condiciones de campo difuso, *Criterio estadístico*, y llegó finalmente a definir el Tiempo de reverberación como el tiempo necesario para que el nivel de energía inicial existente en la sala caiga 60 dB. Al programar se tiene en cuenta la absorción por las paredes y objetos, y la disipación en el aire. Implementamos esta teoría y otras dos dadas por Millinton y Eyring. Por otro lado, el *Criterio geométrico*, surge como consecuencia de la imposibilidad de las condiciones de campo difuso en la mayoría de los casos. Según éste tenemos en cuenta las trayectorias de los rayos que, por supuesto, no serán de forma homogénea por toda la sala. Dejaremos que cada rayo reflexione tantas veces como sean necesarias para que la energía que transporte disminuya 60dB respecto a la inicial, (alto tiempo de cálculo computacional).

RESULTADOS DE LA PROGRAMACIÓN

Para estudiar una sala se introduce la *geometría* y sus materiales; realizamos para ello una base de datos con distintos materiales, almacenando sus coeficientes de absorción a las seis frecuencias normalizadas. Se coloca el emisor en el recinto, se indica la potencia y frecuencia de emisión, y la posición del oyente. Comenzamos los cálculos con el *trazado de rayos* por toda la sala teniendo en cuenta las consideraciones anteriores; pasaremos luego al *cálculo de tiempos* y energía, y al *cálculo en el oyente*, aquí se representa el reflectograma correspondiente. Por ejemplo, si en la sala (Fig.3.a) colocamos distintos oyentes comprobamos la diferencia entre los reflectogramas de cada uno de éstos a las seis frecuencias de estudio. En la fig. 4 comparamos los reflectogramas del oyente 2º y el 7º a altas frecuencias, es fácil deducir que los rayos que llegan al 7º tienen más pérdida de energía lo que nos indica que existen materiales más absorbentes en estas zonas de la sala. Podemos trazar por pantalla el frente de onda en un instante determinado. Por último, queda el cálculo del *Tiempo de reverberación*, aparece por pantalla la gráfica del valor de dicha variable en cada una de las seis frecuencias de estudio. En el ejemplo realizamos dicho cálculo y al obtener valores pequeños para el uso al que se encuentra

sometido dicho Teatro (música sinfónica y ópera) se recalculó cambiando los materiales que nos absorbían demasiada energía por otros menos absorbentes hasta conseguir una mejora en dicho Tiempo ,(fig.3.b).

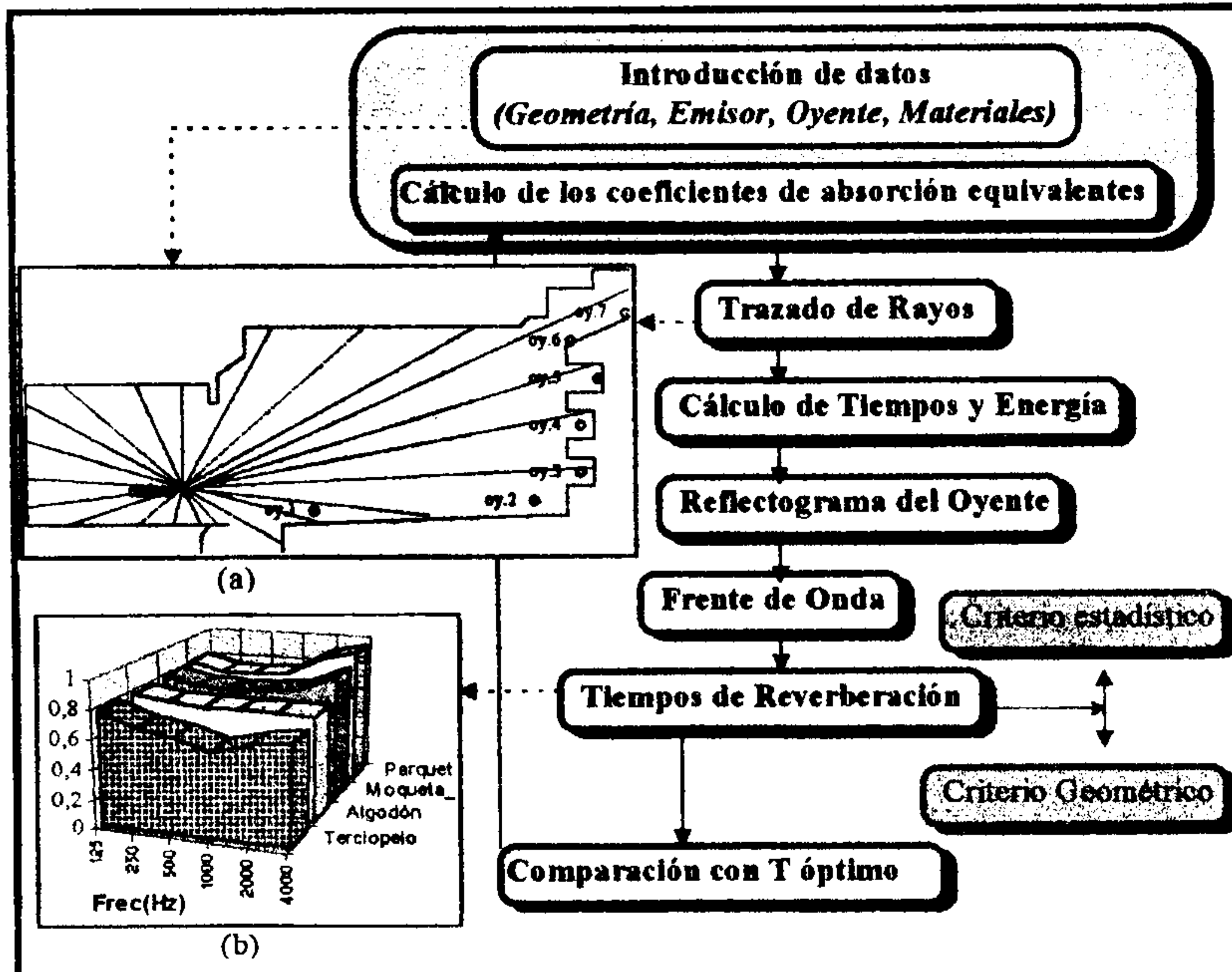


Figura 3. Diagrama de flujo. a) Geometría del Teatro Cervantes, Málaga. b) Tiempos de Reverberación (s).

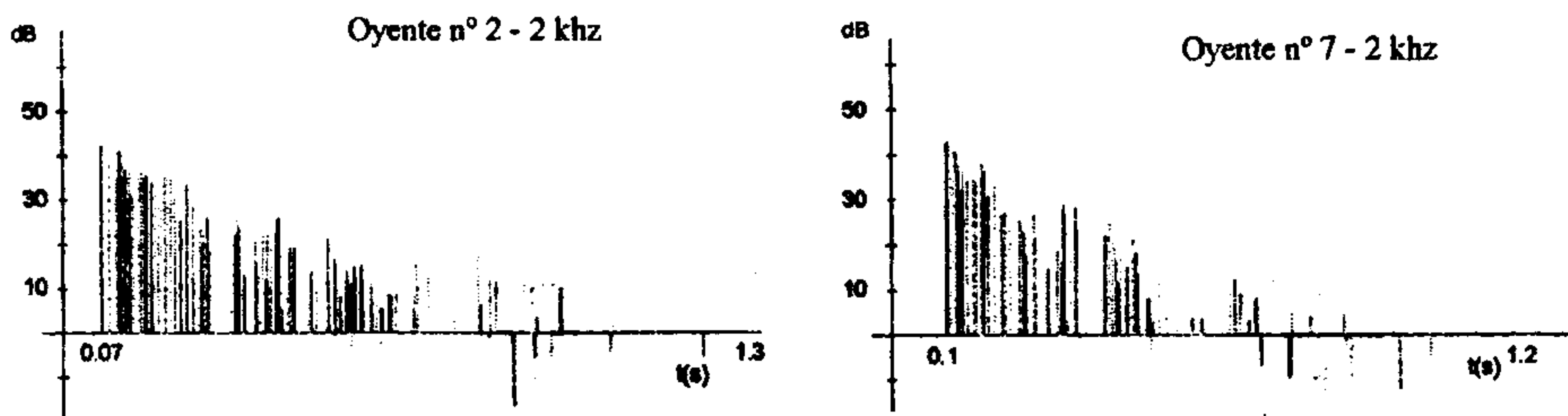


Figura 4. Reflectogramas .

CONCLUSIONES

Con el programa ACUSC 1.0 se estudia el comportamiento acústico de un recinto siguiendo el Método de Rayos. Tenemos que introducir la geometría y materiales de la sala, colocar un emisor y oyentes y obtenemos los reflectogramas que reciben éstos para poder comparar acústicamente diferentes lugares de la sala. Representamos el frente de onda en un instante determinado y sabemos los valores del Tiempo de reverberación de la sala por los distintos criterios a distintas frecuencias. De esta forma tenemos la posibilidad de volver al inicio y variar geometría y/o materiales para conseguir una mejora en las propiedades acústica de la sala. En un futuro desarrollaremos las funciones de Gauss para la distribución de la energía en los conos y de esta forma no tener que emitir tan gran número de rayos como tendremos que hacer ahora para obtener los resultados, y ahorrar el consiguiente tiempo de cálculo computacional.

REFERENCIAS

- 1.- Bleistein. "Mathematical Methods for Wave Phenomena". Academ.Press.1984.
- 2.- L.L. Beranek. "Noise and Vibration Control Engineering". Wiley-Intersc.1992.
- 3.- Manuel Recuero y C.Gil. "Acústica Arquitectónica". Benzal, S.A. 1992.
- 4.- A.D. Dimargopoulos. "Vibration for engineers". Prentice Hall Intern edit 1997
- 5.- R. Barti. "Acústica de Locals". E.U.I.técnica de telecomunicació La Salle.1993.
- 6.- J.Martí i Roca. "Acústica". E.U.I. técnica de telecomunicació La Salle.1993.
- 7.- J. Backus. "The acoustical foundations of music". Norton & Company.1977.
- 8.- Sociedad Española de Acústica. "Tecní_Acústica 1993/4/5".
- 9.- Kuttruff "Indoor sound propagation" Institute of Thechnical Acoustic, Aachen University.Germany. 1991.
- 10.- E. De Geest. "Num.1 Modelling in Geom. Acoustics using the C.B.M.". Inter-Noise 94. p.2123-2125.Japan.